17. EUKLIDOVSKÉ PROSTORY

Důkazy

Miroslav Hušek, Pavel Pyrih

KMA MFF UK

2009

TVRZENÍ (No-retraction)

Sféra S^{n-1} není retraktem koule B^n.

Důkaz.
Místo koule uvažme n-rozměrný simplex Δ. Nechť $r : \Delta \longrightarrow \mathrm{Bd}\Delta$ je retrakce. Nechť je $\mathcal{K}$ triangulace Δ skládající se právě ze stěn Δ. Nechť je $\mathcal{K}_0$ triangulace $\mathrm{Bd}\Delta$ skládající se právě z vlastních stěn Δ. Retrakce r má simplexní aproximaci φ definovanou na $\mathcal{K}^{[p]}$ barycentrickém dělení řádu p komplexu $\mathcal{K}$, tedy $\varphi : \mathcal{K}^{[p]} \longrightarrow \mathcal{K}_0$, uvažme ji jako $\varphi : \mathcal{K}^{[p]} \longrightarrow \mathcal{K}$. Nechť a je vrchol $\mathcal{K}^{[p]}$. Odvodí se, že $a \in \mathtt{star}\varphi(a)$ a podle Spernerovy věty existuje simplex $\Delta' \in \mathcal{K}^{[p]}$ tak, že $\varphi(\Delta') = \Delta$. To je spor, neboť $\Delta \notin \mathcal{K}_0$. □

TVRZENÍ (Brouwer)

Každé spojité sobrazení f uzavřené koule $\bar{B}^n \subset \mathbb{R}^n$ do sebe má pevný bod.

Důkaz.

Nemá-li f pevný bod, promítneme bod $x\bar{B}^n$ na sféru S^{n-1} tak, že tento průmět $r(x)$ leží na polopřímce z $f(x)$ jdoucí bodem x. Tak získáme retrakci koule na sféru, spor.

□

TVRZENÍ

Důkaz.

□