6. UNIFORMNÍ PROSTORY

Příklady

Miroslav Hušek, Pavel Pyrih

KMA MFF UK

2008

Příklady uniformit na diskrétním prostoru

Nechť X je nekonečný diskrétní topologický prostor.

1. Uniformně diskrétní prostor má za bázi diagonálu (a tedy každá reflexivní relace náleží této uniformitě). Každé pokrytí je uniformní, báze pokrytí je tvořena pokrytím složeným z jednobodových množin. Je to jemná uniformita na diskrétním prostoru.
2. Soustava všech konečných pokrytí X je báze uniformity. Uniformní okolí diagonály mají za bázi množiny tvaru $(G_1 \times G_1) \cup (G_2 \times G_2) \cup \ldots \cup (G_n \times G_n)$, kde $G_1, G_2, \ldots, G_n$ tvoří pokrytí X. Tato uniformita se nazývá *Čechova uniformita* na X.
3. Soustava všech konečných otevřených pokrytí X, kde jedna množina z pokrytí je doplněk konečné množiny, je báze uniformity na X (nazývané *hrubá uniformita* na X).
4. Soustava všech spočetných pokrytí prostoru X je báze uniformity na X.
5. Všechny uvedené uniformity vytvářejí diskrétní topologii na množině X. Jemná uniformita je nejjemnější a hrubá nejhrubší ze všech uniformit vytvářejících diskrétní topologii na X. Je-li X nespočetný, jsou všechny uvedené uniformity navzájem různé. Je-li X spočetný, jsou první tři uvedené uniformity různé.

$\Rightarrow$

Příklady uniformit na diskrétním prostoru

Nechť X je nekonečný diskrétní topologický prostor.

1. Uniformně diskrétní prostor má za bázi diagonálu (a tedy každá reflexivní relace náleží této uniformitě). Každé pokrytí je uniformní, báze pokrytí je tvořena pokrytím složeným z jednobodových množin. Je to jemná uniformita na diskrétním prostoru.
2. Soustava všech konečných pokrytí X je báze uniformity. Uniformní okolí diagonály mají za bázi množiny tvaru $(G_1 \times G_1) \cup (G_2 \times G_2) \cup \ldots \cup (G_n \times G_n)$, kde $G_1, G_2, \ldots, G_n$ tvoří pokrytí X. Tato uniformita se nazývá *Čechova uniformita* na X.
3. Soustava všech konečných otevřených pokrytí X, kde jedna množina z pokrytí je doplněk konečné množiny, je báze uniformity na X (nazývané *hrubá uniformita* na X).
4. Soustava všech spočetných pokrytí prostoru X je báze uniformity na X.
5. Všechny uvedené uniformity vytvářejí diskrétní topologii na množině X. Jemná uniformita je nejjemnější a hrubá nejhrubší ze všech uniformit vytvářejících diskrétní topologii na X. Je-li X nespočetný, jsou všechny uvedené uniformity navzájem různé. Je-li X spočetný, jsou první tři uvedené uniformity různé.

$\Rightarrow$

Příklady uniformit na diskrétním prostoru

Nechť X je nekonečný diskrétní topologický prostor.

1. Uniformně diskrétní prostor má za bázi diagonálu (a tedy každá reflexivní relace náleží této uniformitě). Každé pokrytí je uniformní, báze pokrytí je tvořena pokrytím složeným z jednobodových množin. Je to jemná uniformita na diskrétním prostoru.
2. Soustava všech konečných pokrytí X je báze uniformity. Uniformní okolí diagonály mají za bázi množiny tvaru $(G_1 \times G_1) \cup (G_2 \times G_2) \cup \ldots \cup (G_n \times G_n)$, kde $G_1, G_2, \ldots, G_n$ tvoří pokrytí X. Tato uniformita se nazývá *Čechova uniformita* na X.
3. Soustava všech konečných otevřených pokrytí X, kde jedna množina z pokrytí je doplněk konečné množiny, je báze uniformity na X (nazývané *hrubá uniformita* na X).
4. Soustava všech spočetných pokrytí prostoru X je báze uniformity na X.
5. Všechny uvedené uniformity vytvářejí diskrétní topologii na množině X. Jemná uniformita je nejjemnější a hrubá nejhrubší ze všech uniformit vytvářejících diskrétní topologii na X. Je-li X nespočetný, jsou všechny uvedené uniformity navzájem různé. Je-li X spočetný, jsou první tři uvedené uniformity různé.

$\Rightarrow$

Příklady uniformit na diskrétním prostoru

Nechť X je nekonečný diskrétní topologický prostor.

1. Uniformně diskrétní prostor má za bázi diagonálu (a tedy každá reflexivní relace náleží této uniformitě). Každé pokrytí je uniformní, báze pokrytí je tvořena pokrytím složeným z jednobodových množin. Je to jemná uniformita na diskrétním prostoru.
2. Soustava všech konečných pokrytí X je báze uniformity. Uniformní okolí diagonály mají za bázi množiny tvaru $(G_1 \times G_1) \cup (G_2 \times G_2) \cup \ldots \cup (G_n \times G_n)$, kde $G_1, G_2, \ldots, G_n$ tvoří pokrytí X. Tato uniformita se nazývá *Čechova uniformita* na X.
3. Soustava všech konečných otevřených pokrytí X, kde jedna množina z pokrytí je doplněk konečné množiny, je báze uniformity na X (nazývané *hrubá uniformita* na X).
4. Soustava všech spočetných pokrytí prostoru X je báze uniformity na X.
5. Všechny uvedené uniformity vytvářejí diskrétní topologii na množině X. Jemná uniformita je nejjemnější a hrubá nejhrubší ze všech uniformit vytvářejících diskrétní topologii na X. Je-li X nespočetný, jsou všechny uvedené uniformity navzájem různé. Je-li X spočetný, jsou první tři uvedené uniformity různé.

$\Rightarrow$

Příklady uniformit na diskrétním prostoru

Nechť X je nekonečný diskrétní topologický prostor.

1. Uniformně diskrétní prostor má za bázi diagonálu (a tedy každá reflexivní relace náleží této uniformitě). Každé pokrytí je uniformní, báze pokrytí je tvořena pokrytím složeným z jednobodových množin. Je to jemná uniformita na diskrétním prostoru.
2. Soustava všech konečných pokrytí X je báze uniformity. Uniformní okolí diagonály mají za bázi množiny tvaru $(G_1 \times G_1) \cup (G_2 \times G_2) \cup \ldots \cup (G_n \times G_n)$, kde $G_1, G_2, \ldots, G_n$ tvoří pokrytí X. Tato uniformita se nazývá *Čechova uniformita* na X.
3. Soustava všech konečných otevřených pokrytí X, kde jedna množina z pokrytí je doplněk konečné množiny, je báze uniformity na X (nazývané *hrubá uniformita* na X).
4. Soustava všech spočetných pokrytí prostoru X je báze uniformity na X.
5. Všechny uvedené uniformity vytvářejí diskrétní topologii na množině X. Jemná uniformita je nejjemnější a hrubá nejhrubší ze všech uniformit vytvářejících diskrétní topologii na X. Je-li X nespočetný, jsou všechny uvedené uniformity navzájem různé. Je-li X spočetný, jsou první tři uvedené uniformity různé.

$\Rightarrow$

]

Příklady uniformit na reálných číslech

1. Soustava $\{U_r\}_{r>0}$, kde $U_r = \{(x,y); |x-y| < r\}$, je báze obvyklé uniformity na $\mathbb{R}$. Soustava uniformních pokrytí má bázi $\{B_{x,r}\}_{x\in\mathbb{R},r>0}$, kde $B_{x,r}$ je otevřený interval o délce $2r$ a středu x.
2. Soustava všech otevřených okolí $\Delta_{\mathbb{R}}$ (ve smyslu topologie roviny) je báze (tzv. jemné) uniformity na $\mathbb{R}$. Soustava uniformních okolí má za bázi všechna otevřená pokrytí.
3. Soustava všech konečných otevřených pokrytí $\mathbb{R}$ je báze uniformity na $\mathbb{R}$. Uniformní okolí diagonály mají za bázi množiny tvaru $(G_1 \times G_1) \cup (G_2 \times G_2) \cup \ldots \cup (G_n \times G_n)$, kde $G_1, G_2, \ldots, G_n$ tvoří otevřené pokrytí $\mathbb{R}$. Tato uniformita se nazývá *Čechova uniformita* na $\mathbb{R}$.
4. Soustava všech konečných otevřených pokrytí $\mathbb{R}$, kde jedna množina z pokrytí obsahuje $(-\infty, -r) \cup (r, +\infty)$ pro nějaké r, je báze uniformity na $\mathbb{R}$ (nazývané *hrubá uniformita* na $\mathbb{R}$).
5. Všechny uvedené uniformity vytvářejí obvyklou topologii na $\mathbb{R}$. Jemná uniformita je nejjemnější a hrubá uniformita je nejhrubší ze všech uniformit vytvářejících obvyklou topologii na $\mathbb{R}$. Obvyklá uniformita a Čechova uniformita jsou nesrovnatelné.

$\Rightarrow$

]

Příklady uniformit na reálných číslech

1. Soustava $\{U_r\}_{r>0}$, kde $U_r = \{(x,y); |x-y| < r\}$, je báze obvyklé uniformity na $\mathbb{R}$. Soustava uniformních pokrytí má bázi $\{B_{x,r}\}_{x\in\mathbb{R},r>0}$, kde $B_{x,r}$ je otevřený interval o délce $2r$ a středu x.
2. Soustava všech otevřených okolí $\Delta_{\mathbb{R}}$ (ve smyslu topologie roviny) je báze (tzv. jemné) uniformity na $\mathbb{R}$. Soustava uniformních okolí má za bázi všechna otevřená pokrytí.
3. Soustava všech konečných otevřených pokrytí $\mathbb{R}$ je báze uniformity na $\mathbb{R}$. Uniformní okolí diagonály mají za bázi množiny tvaru $(G_1 \times G_1) \cup (G_2 \times G_2) \cup \ldots \cup (G_n \times G_n)$, kde $G_1, G_2, \ldots, G_n$ tvoří otevřené pokrytí $\mathbb{R}$. Tato uniformita se nazývá *Čechova uniformita* na $\mathbb{R}$.
4. Soustava všech konečných otevřených pokrytí $\mathbb{R}$, kde jedna množina z pokrytí obsahuje $(-\infty, -r) \cup (r, +\infty)$ pro nějaké r, je báze uniformity na $\mathbb{R}$ (nazývané *hrubá uniformita* na $\mathbb{R}$).
5. Všechny uvedené uniformity vytvářejí obvyklou topologii na $\mathbb{R}$. Jemná uniformita je nejjemnější a hrubá uniformita je nejhrubší ze všech uniformit vytvářejících obvyklou topologii na $\mathbb{R}$. Obvyklá uniformita a Čechova uniformita jsou nesrovnatelné.

$\Rightarrow$

]

Příklady uniformit na reálných číslech

1. Soustava $\{U_r\}_{r>0}$, kde $U_r = \{(x,y);\, |x-y| < r\}$, je báze obvyklé uniformity na $\mathbb{R}$. Soustava uniformních pokrytí má bázi $\{B_{x,r}\}_{x\in\mathbb{R},r>0}$, kde $B_{x,r}$ je otevřený interval o délce $2r$ a středu x.
2. Soustava všech otevřených okolí $\Delta_{\mathbb{R}}$ (ve smyslu topologie roviny) je báze (tzv. jemné) uniformity na $\mathbb{R}$. Soustava uniformních okolí má za bázi všechna otevřená pokrytí.
3. Soustava všech konečných otevřených pokrytí $\mathbb{R}$ je báze uniformity na $\mathbb{R}$. Uniformní okolí diagonály mají za bázi množiny tvaru $(G_1 \times G_1) \cup (G_2 \times G_2) \cup \ldots \cup (G_n \times G_n)$, kde $G_1, G_2, \ldots, G_n$ tvoří otevřené pokrytí $\mathbb{R}$. Tato uniformita se nazývá *Čechova uniformita* na $\mathbb{R}$.
4. Soustava všech konečných otevřených pokrytí $\mathbb{R}$, kde jedna množina z pokrytí obsahuje $(-\infty,-r) \cup (r,+\infty)$ pro nějaké r, je báze uniformity na $\mathbb{R}$ (nazývané *hrubá uniformita* na $\mathbb{R}$).
5. Všechny uvedené uniformity vytvářejí obvyklou topologii na $\mathbb{R}$. Jemná uniformita je nejjemnější a hrubá uniformita je nejhrubší ze všech uniformit vytvářejících obvyklou topologii na $\mathbb{R}$. Obvyklá uniformita a Čechova uniformita jsou nesrovnatelné.

$\Rightarrow$

]

Příklady uniformit na reálných číslech

1. Soustava $\{U_r\}_{r>0}$, kde $U_r = \{(x,y); |x-y| < r\}$, je báze obvyklé uniformity na $\mathbb{R}$. Soustava uniformních pokrytí má bázi $\{B_{x,r}\}_{x\in\mathbb{R},r>0}$, kde $B_{x,r}$ je otevřený interval o délce $2r$ a středu x.
2. Soustava všech otevřených okolí $\Delta_{\mathbb{R}}$ (ve smyslu topologie roviny) je báze (tzv. jemné) uniformity na $\mathbb{R}$. Soustava uniformních okolí má za bázi všechna otevřená pokrytí.
3. Soustava všech konečných otevřených pokrytí $\mathbb{R}$ je báze uniformity na $\mathbb{R}$. Uniformní okolí diagonály mají za bázi množiny tvaru $(G_1 \times G_1) \cup (G_2 \times G_2) \cup \ldots \cup (G_n \times G_n)$, kde $G_1, G_2, \ldots, G_n$ tvoří otevřené pokrytí $\mathbb{R}$. Tato uniformita se nazývá *Čechova uniformita* na $\mathbb{R}$.
4. Soustava všech konečných otevřených pokrytí $\mathbb{R}$, kde jedna množina z pokrytí obsahuje $(-\infty,-r) \cup (r,+\infty)$ pro nějaké r, je báze uniformity na $\mathbb{R}$ (nazývané *hrubá uniformita* na $\mathbb{R}$).
5. Všechny uvedené uniformity vytvářejí obvyklou topologii na $\mathbb{R}$. Jemná uniformita je nejjemnější a hrubá uniformita je nejhrubší ze všech uniformit vytvářejících obvyklou topologii na $\mathbb{R}$. Obvyklá uniformita a Čechova uniformita jsou nesrovnatelné.

$\Rightarrow$

]

Příklady uniformit na reálných číslech

1. Soustava $\{U_r\}_{r>0}$, kde $U_r = \{(x,y); |x-y| < r\}$, je báze obvyklé uniformity na $\mathbb{R}$. Soustava uniformních pokrytí má bázi $\{B_{x,r}\}_{x\in\mathbb{R}, r>0}$, kde $B_{x,r}$ je otevřený interval o délce $2r$ a středu x.
2. Soustava všech otevřených okolí $\Delta_{\mathbb{R}}$ (ve smyslu topologie roviny) je báze (tzv. jemné) uniformity na $\mathbb{R}$. Soustava uniformních okolí má za bázi všechna otevřená pokrytí.
3. Soustava všech konečných otevřených pokrytí $\mathbb{R}$ je báze uniformity na $\mathbb{R}$. Uniformní okolí diagonály mají za bázi množiny tvaru $(G_1 \times G_1) \cup (G_2 \times G_2) \cup \ldots \cup (G_n \times G_n)$, kde $G_1, G_2, \ldots, G_n$ tvoří otevřené pokrytí $\mathbb{R}$. Tato uniformita se nazývá *Čechova uniformita* na $\mathbb{R}$.
4. Soustava všech konečných otevřených pokrytí $\mathbb{R}$, kde jedna množina z pokrytí obsahuje $(-\infty, -r) \cup (r, +\infty)$ pro nějaké r, je báze uniformity na $\mathbb{R}$ (nazývané *hrubá uniformita* na $\mathbb{R}$).
5. Všechny uvedené uniformity vytvářejí obvyklou topologii na $\mathbb{R}$. Jemná uniformita je nejjemnější a hrubá uniformita je nejhrubší ze všech uniformit vytvářejících obvyklou topologii na $\mathbb{R}$. Obvyklá uniformita a Čechova uniformita jsou nesrovnatelné.

$\Rightarrow$

]

Příklady uniformit na reálných číslech

1. Soustava $\{U_r\}_{r>0}$, kde $U_r = \{(x,y); |x-y| < r\}$, je báze obvyklé uniformity na $\mathbb{R}$. Soustava uniformních pokrytí má bázi $\{B_{x,r}\}_{x\in\mathbb{R},r>0}$, kde $B_{x,r}$ je otevřený interval o délce $2r$ a středu x.
2. Soustava všech otevřených okolí $\Delta_{\mathbb{R}}$ (ve smyslu topologie roviny) je báze (tzv. jemné) uniformity na $\mathbb{R}$. Soustava uniformních okolí má za bázi všechna otevřená pokrytí.
3. Soustava všech konečných otevřených pokrytí $\mathbb{R}$ je báze uniformity na $\mathbb{R}$. Uniformní okolí diagonály mají za bázi množiny tvaru $(G_1 \times G_1) \cup (G_2 \times G_2) \cup \ldots \cup (G_n \times G_n)$, kde $G_1, G_2, \ldots, G_n$ tvoří otevřené pokrytí $\mathbb{R}$. Tato uniformita se nazývá *Čechova uniformita* na $\mathbb{R}$.
4. Soustava všech konečných otevřených pokrytí $\mathbb{R}$, kde jedna množina z pokrytí obsahuje $(-\infty, -r) \cup (r, +\infty)$ pro nějaké r, je báze uniformity na $\mathbb{R}$ (nazývané *hrubá uniformita* na $\mathbb{R}$).
5. Všechny uvedené uniformity vytvářejí obvyklou topologii na $\mathbb{R}$. Jemná uniformita je nejjemnější a hrubá uniformita je nejhrubší ze všech uniformit vytvářejících obvyklou topologii na $\mathbb{R}$. Obvyklá uniformita a Čechova uniformita jsou nesrovnatelné.

$\Rightarrow$

Uniformita na ω_1

Nechť $\mathcal{U}$ je nějaká uniformita vytvářející topologii prostoru ω_1.

1. Otevřené pokrytí $\{[0, \alpha); \alpha \in \omega_1\}$ není uniformní pokrytí v žádném $\mathcal{U}$ (takže ω_1 není parakompaktní prostor)
2. Je-li $\mathcal{G}$ uniformní pokrytí na $(\omega_1, \mathcal{U})$, existuje $G \in \mathcal{G}$ obsahující nějaký interval (α, ω_1).
3. Nekompaktní prostor ω_1 je vytvářen jedinou uniformitou mající za bázi všechna konečná otevřená pokrytí.
4. Každá otevřená množina v $\omega_1 \times \omega_1$ obsahující diagonálu je prvkem uvedené jediné uniformity (takže jemná uniformita může mít za bázi všechna (topologická) okolí diagonály, aniž je prostor parakompaktní).

Uniformita na ω_1

Nechť $\mathcal{U}$ je nějaká uniformita vytvářející topologii prostoru ω_1.

1. Otevřené pokrytí $\{[0, \alpha); \alpha \in \omega_1\}$ není uniformní pokrytí v žádném $\mathcal{U}$ (takže ω_1 není parakompaktní prostor)
2. Je-li $\mathcal{G}$ uniformní pokrytí na $(\omega_1, \mathcal{U})$, existuje $G \in \mathcal{G}$ obsahující nějaký interval (α, ω_1).
3. Nekompaktní prostor ω_1 je vytvářen jedinou uniformitou mající za bázi všechna konečná otevřená pokrytí.
4. Každá otevřená množina v $\omega_1 \times \omega_1$ obsahující diagonálu je prvkem uvedené jediné uniformity (takže jemná uniformita může mít za bázi všechna (topologická) okolí diagonály, aniž je prostor parakompaktní).

Uniformita na ω_1

Nechť $\mathcal{U}$ je nějaká uniformita vytvářející topologii prostoru ω_1.

1. Otevřené pokrytí $\{[0,\alpha); \alpha \in \omega_1\}$ není uniformní pokrytí v žádném $\mathcal{U}$ (takže ω_1 není parakompaktní prostor)
2. Je-li $\mathcal{G}$ uniformní pokrytí na $(\omega_1, \mathcal{U})$, existuje $G \in \mathcal{G}$ obsahující nějaký interval (α, ω_1).
3. Nekompaktní prostor ω_1 je vytvářen jedinou uniformitou mající za bázi všechna konečná otevřená pokrytí.
4. Každá otevřená množina v $\omega_1 \times \omega_1$ obsahující diagonálu je prvkem uvedené jediné uniformity (takže jemná uniformita může mít za bázi všechna (topologická) okolí diagonály, aniž je prostor parakompaktní).

Uniformita na ω_1

Nechť $\mathcal{U}$ je nějaká uniformita vytvářející topologii prostoru ω_1.

1. Otevřené pokrytí $\{[0, \alpha); \alpha \in \omega_1\}$ není uniformní pokrytí v žádném $\mathcal{U}$ (takže ω_1 není parakompaktní prostor)
2. Je-li $\mathcal{G}$ uniformní pokrytí na $(\omega_1, \mathcal{U})$, existuje $G \in \mathcal{G}$ obsahující nějaký interval (α, ω_1).
3. Nekompaktní prostor ω_1 je vytvářen jedinou uniformitou mající za bázi všechna konečná otevřená pokrytí.
4. Každá otevřená množina v $\omega_1 \times \omega_1$ obsahující diagonálu je prvkem uvedené jediné uniformity (takže jemná uniformita může mít za bázi všechna (topologická) okolí diagonály, aniž je prostor parakompaktní).

Uniformita na ω_1

Nechť $\mathcal{U}$ je nějaká uniformita vytvářející topologii prostoru ω_1.

1. Otevřené pokrytí $\{[0, \alpha); \alpha \in \omega_1\}$ není uniformní pokrytí v žádném $\mathcal{U}$ (takže ω_1 není parakompaktní prostor)
2. Je-li $\mathcal{G}$ uniformní pokrytí na $(\omega_1, \mathcal{U})$, existuje $G \in \mathcal{G}$ obsahující nějaký interval (α, ω_1).
3. Nekompaktní prostor ω_1 je vytvářen jedinou uniformitou mající za bázi všechna konečná otevřená pokrytí.
4. Každá otevřená množina v $\omega_1 \times \omega_1$ obsahující diagonálu je prvkem uvedené jediné uniformity (takže jemná uniformita může mít za bázi všechna (topologická) okolí diagonály, aniž je prostor parakompaktní).

Více o prostorech vytvořených jedinou uniformitou ve cvičeních.

Definice uniformně nuldimenzionálních prostorů je uvedena ve cvičení.

Příklady uniformně nuldimenzionálních prostorů

Příklady uniformně nuldimenzionálních prostorů

1. Uniformně diskrétní prostor i indiskrétní uniformní prostor jsou uniformně nuldimenzionální.
2. Racionální čísla s obvyklou uniformitou nejsou uniformně nuldimenzionální (ale jsou nuldimenzionální jako topologický prostor). Totéž pro prostor iracionálních čísel.
3. Racionální nebo iracionální čísla s jemnou uniformitou tvoří uniformně nuldimenzionální prostory.
4. Nechť A je množina, $\mathcal{F}$ je filtr na A a $X = A \times \{0, 1\}$. Uniformita $\mathcal{U}_{\mathcal{F}}$ na X má za bázi všechny rozklady $\mathfrak{G}_F$, $F \in \mathcal{F}$, množiny X složené z dvojic $((x, 0), (x, 1))$ pro $x \in F$ a ze singletonů dosud nepokryté části.
   Prostor $(X, \mathcal{U}_{\mathcal{F}})$ je uniformně nuldimenzionální prostor. Je diskrétní pokud $\mathcal{F}$ je volný filtr.
5. Příkladem uniformně nuldimenzionálního prostoru vytvořeného filtrem $\mathcal{F}$ na množině X je i prostor $(X, \mathcal{U})$, kde $\mathcal{U}$ má za bázi všechna pokrytí složená ze singletonů a množiny z $\mathcal{F}$. Tento prostor je obdobou topologie vytvořené filtrem.
6. Protože různých volných filtrů na nekonečné množině mohutnosti κ je $2^{2^{\kappa}}$, je stejně tolik různých diskrétních uniformit na téže množině.

Jemná uniformita nuldimenzionálního prostoru nemusí být uniformně nuldimenzionální. Sestrojení takového prostoru však není jednoduché.

Příklady uniformně nuldimenzionálních prostorů

1. Uniformně diskrétní prostor i indiskrétní uniformní prostor jsou uniformně nuldimenzionální.
2. Racionální čísla s obvyklou uniformitou nejsou uniformně nuldimenzionální (ale jsou nuldimenzionální jako topologický prostor). Totéž pro prostor iracionálních čísel.
3. Racionální nebo iracionální čísla s jemnou uniformitou tvoří uniformně nuldimenzionální prostory.
4. Nechť A je množina, $\mathcal{F}$ je filtr na A a $X = A \times \{0, 1\}$. Uniformita $\mathcal{U}_{\mathcal{F}}$ na X má za bázi všechny rozklady $\mathfrak{G}_F$, $F \in \mathcal{F}$, množiny X složené z dvojic $((x, 0), (x, 1))$ pro $x \in F$ a ze singletonů dosud nepokryté části.
   Prostor $(X, \mathcal{U}_{\mathcal{F}})$ je uniformně nuldimenzionální prostor. Je diskrétní pokud $\mathcal{F}$ je volný filtr.
5. Příkladem uniformně nuldimenzionálního prostoru vytvořeného filtrem $\mathcal{F}$ na množině X je i prostor $(X, \mathcal{U})$, kde $\mathcal{U}$ má za bázi všechna pokrytí složená ze singletonů a množiny z $\mathcal{F}$. Tento prostor je obdobou topologie vytvořené filtrem.
6. Protože různých volných filtrů na nekonečné množině mohutnosti κ je 2^{2^κ}, je stejně tolik různých diskrétních uniformit na téže množině.

Jemná uniformita nuldimenzionálního prostoru nemusí být uniformně nuldimenzionální. Sestrojení takového prostoru však není jednoduché.

Příklady uniformně nuldimenzionálních prostorů

1. Uniformně diskrétní prostor i indiskrétní uniformní prostor jsou uniformně nuldimenzionální.
2. Racionální čísla s obvyklou uniformitou nejsou uniformně nuldimenzionální (ale jsou nuldimenzionální jako topologický prostor). Totéž pro prostor iracionálních čísel.
3. Racionální nebo iracionální čísla s jemnou uniformitou tvoří uniformně nuldimenzionální prostory.
4. Nechť A je množina, $\mathcal{F}$ je filtr na A a $X = A \times \{0, 1\}$. Uniformita $\mathcal{U}_{\mathcal{F}}$ na X má za bázi všechny rozklady $\mathfrak{G}_F$, $F \in \mathcal{F}$, množiny X složené z dvojic $((x, 0), (x, 1))$ pro $x \in F$ a ze singletonů dosud nepokryté části.
   Prostor $(X, \mathcal{U}_{\mathcal{F}})$ je uniformně nuldimenzionální prostor. Je diskrétní pokud $\mathcal{F}$ je volný filtr.
5. Příkladem uniformně nuldimenzionálního prostoru vytvořeného filtrem $\mathcal{F}$ na množině X je i prostor $(X, \mathcal{U})$, kde $\mathcal{U}$ má za bázi všechna pokrytí složená ze singletonů a množiny z $\mathcal{F}$. Tento prostor je obdobou topologie vytvořené filtrem.
6. Protože různých volných filtrů na nekonečné množině mohutnosti κ je 2^{2^κ}, je stejně tolik různých diskrétních uniformit na téže množině.

Jemná uniformita nuldimenzionálního prostoru nemusí být uniformně nuldimenzionální. Sestrojení takového prostoru však není jednoduché.

Příklady uniformně nuldimenzionálních prostorů

1. Uniformně diskrétní prostor i indiskrétní uniformní prostor jsou uniformně nuldimenzionální.
2. Racionální čísla s obvyklou uniformitou nejsou uniformně nuldimenzionální (ale jsou nuldimenzionální jako topologický prostor). Totéž pro prostor iracionálních čísel.
3. Racionální nebo iracionální čísla s jemnou uniformitou tvoří uniformně nuldimenzionální prostory.
4. Nechť A je množina, $\mathcal{F}$ je filtr na A a $X = A \times \{0, 1\}$. Uniformita $\mathcal{U}_{\mathcal{F}}$ na X má za bázi všechny rozklady $\mathfrak{G}_F$, $F \in \mathcal{F}$, množiny X složené z dvojic $((x, 0), (x, 1))$ pro $x \in F$ a ze singletonů dosud nepokryté části.
   Prostor $(X, \mathcal{U}_{\mathcal{F}})$ je uniformně nuldimenzionální prostor. Je diskrétní pokud $\mathcal{F}$ je volný filtr.
5. Příkladem uniformně nuldimenzionálního prostoru vytvořeného filtrem $\mathcal{F}$ na množině X je i prostor $(X, \mathcal{U})$, kde $\mathcal{U}$ má za bázi všechna pokrytí složená ze singletonů a množiny z $\mathcal{F}$. Tento prostor je obdobou topologie vytvořené filtrem.
6. Protože různých volných filtrů na nekonečné množině mohutnosti κ je 2^{2^κ}, je stejně tolik různých diskrétních uniformit na téže množině.

Jemná uniformita nuldimenzionálního prostoru nemusí být uniformně nuldimenzionální. Sestrojení takového prostoru však není jednoduché.

Příklady uniformně nuldimenzionálních prostorů

1. Uniformně diskrétní prostor i indiskrétní uniformní prostor jsou uniformně nuldimenzionální.
2. Racionální čísla s obvyklou uniformitou nejsou uniformně nuldimenzionální (ale jsou nuldimenzionální jako topologický prostor). Totéž pro prostor iracionálních čísel.
3. Racionální nebo iracionální čísla s jemnou uniformitou tvoří uniformně nuldimenzionální prostory.
4. Nechť A je množina, $\mathcal{F}$ je filtr na A a $X = A \times \{0, 1\}$. Uniformita $\mathcal{U}_{\mathcal{F}}$ na X má za bázi všechny rozklady $\mathfrak{G}_F$, $F \in \mathcal{F}$, množiny X složené z dvojic $((x, 0), (x, 1))$ pro $x \in F$ a ze singletonů dosud nepokryté části.
   Prostor $(X, \mathcal{U}_{\mathcal{F}})$ je uniformně nuldimenzionální prostor. Je diskrétní pokud $\mathcal{F}$ je volný filtr.
5. Příkladem uniformně nuldimenzionálního prostoru vytvořeného filtrem $\mathcal{F}$ na množině X je i prostor $(X, \mathcal{U})$, kde $\mathcal{U}$ má za bázi všechna pokrytí složená ze singletonů a množiny z $\mathcal{F}$. Tento prostor je obdobou topologie vytvořené filtrem.
6. Protože různých volných filtrů na nekonečné množině mohutnosti κ je $2^{2^{\kappa}}$, je stejně tolik různých diskrétních uniformit na téže množině.

Jemná uniformita nuldimenzionálního prostoru nemusí být uniformně nuldimenzionální. Sestrojení takového prostoru však není jednoduché.

Příklady uniformně nuldimenzionálních prostorů

1. Uniformně diskrétní prostor i indiskrétní uniformní prostor jsou uniformně nuldimenzionální.
2. Racionální čísla s obvyklou uniformitou nejsou uniformně nuldimenzionální (ale jsou nuldimenzionální jako topologický prostor). Totéž pro prostor iracionálních čísel.
3. Racionální nebo iracionální čísla s jemnou uniformitou tvoří uniformně nuldimenzionální prostory.
4. Nechť A je množina, $\mathcal{F}$ je filtr na A a $X = A \times \{0,1\}$. Uniformita $\mathcal{U}_{\mathcal{F}}$ na X má za bázi všechny rozklady $\mathfrak{G}_F$, $F \in \mathcal{F}$, množiny X složené z dvojic $((x,0),(x,1))$ pro $x \in F$ a ze singletonů dosud nepokryté části.
   Prostor $(X, \mathcal{U}_{\mathcal{F}})$ je uniformně nuldimenzionální prostor. Je diskrétní pokud $\mathcal{F}$ je volný filtr.
5. Příkladem uniformně nuldimenzionálního prostoru vytvořeného filtrem $\mathcal{F}$ na množině X je i prostor $(X, \mathcal{U})$, kde $\mathcal{U}$ má za bázi všechna pokrytí složená ze singletonů a množiny z $\mathcal{F}$. Tento prostor je obdobou topologie vytvořené filtrem.
6. Protože různých volných filtrů na nekonečné množině mohutnosti κ je 2^{2^κ}, je stejně tolik různých diskrétních uniformit na téže množině.

Jemná uniformita nuldimenzionálního prostoru nemusí být uniformně nuldimenzionální. Sestrojení takového prostoru však není jednoduché.

Příklady uniformně nuldimenzionálních prostorů

1. Uniformně diskrétní prostor i indiskrétní uniformní prostor jsou uniformně nuldimenzionální.
2. Racionální čísla s obvyklou uniformitou nejsou uniformně nuldimenzionální (ale jsou nuldimenzionální jako topologický prostor). Totéž pro prostor iracionálních čísel.
3. Racionální nebo iracionální čísla s jemnou uniformitou tvoří uniformně nuldimenzionální prostory.
4. Nechť A je množina, $\mathcal{F}$ je filtr na A a $X = A \times \{0, 1\}$. Uniformita $\mathcal{U}_{\mathcal{F}}$ na X má za bázi všechny rozklady $\mathfrak{G}_F$, $F \in \mathcal{F}$, množiny X složené z dvojic $((x, 0), (x, 1))$ pro $x \in F$ a ze singletonů dosud nepokryté části.
   Prostor $(X, \mathcal{U}_{\mathcal{F}})$ je uniformně nuldimenzionální prostor. Je diskrétní pokud $\mathcal{F}$ je volný filtr.
5. Příkladem uniformně nuldimenzionálního prostoru vytvořeného filtrem $\mathcal{F}$ na množině X je i prostor $(X, \mathcal{U})$, kde $\mathcal{U}$ má za bázi všechna pokrytí složená ze singletonů a množiny z $\mathcal{F}$. Tento prostor je obdobou topologie vytvořené filtrem.
6. Protože různých volných filtrů na nekonečné množině mohutnosti κ je $2^{2^{\kappa}}$, je stejně tolik různých diskrétních uniformit na téže množině.

Jemná uniformita nuldimenzionálního prostoru nemusí být uniformně nuldimenzionální. Sestrojení takového prostoru však není jednoduché.