14. DIMENZE

Cvičení

Miroslav Hušek, Pavel Pyrih

KMA MFF UK

2009

Malá induktivní dimenze

1. Každý nuldimenzionální separabilní metrizovatelný prostor lze vnořit do $\mathbb{R}$ (i do Cantorovy množiny, nebo do množiny iracionálních čísel).
2. Každý topologický prostor X s $\mathrm{ind} X = n$ obsahuje, pro každé $k \in \{0, +, \ldots, n\}$ uzavřený podprostor Y s $\mathrm{ind} Y = k$.
3. $\mathrm{ind}(X \times Y) \leq \mathrm{ind} X + \mathrm{ind} Y$.
4. Je-li $\{A, B\}$ uzavřené pokrytí prostoru X, pak $\mathrm{ind} X \leq \max(\mathrm{ind} A, \mathrm{ind} B)$.

Velká induktivní dimenze

Nechť X, Y jsou metrizovatelné prostory.

1. Je-li $\mathrm{Ind}X = 0$, lze X vnořit do Baireova prostoru $D^{\mathbb{N}}$ (D je diskrétní prostor).
2. Je-li $\mathrm{Ind}X = n$, pak X obsahuje, pro každé $k \in \{0, +, \dots, n\}$, uzavřený podprostor Y s $\mathrm{Ind}Y = k$.
3. $\mathrm{Ind}(X \times Y) \leq \mathrm{Ind}X + \mathrm{Ind}Y$.
4. Je-li $\mathcal{F}$ σ-lokálně konečné uzavřené pokrytí prostoru X, pak $\mathrm{ind}X \leq \sup\{\mathrm{Ind}F; F \in \mathcal{F}\}$.

Protože pro metrizovatelné prostory X je $\dim X = \mathrm{Ind} X$, má smysl, oproti otázkám z předchozí strany, uvést otázky pro obecnější normální prostory.

Pokrývací dimenze

Nechť X je normální prostor.

1. Je-li $\{A, B\}$ uzavřené pokrytí prostoru X, pak $\dim X \leq \max(\dim A, \dim B)$.
2. $\dim X \leq n$ právě když má každé lokálně konečné otevřené pokrytí X má lokálně konečné uzavřené pokrytí řádu nejvýše n.

Protože pro metrizovatelné prostory X je $\dim X = \mathrm{Ind} X$, má smysl, oproti otázkám z předchozí strany, uvést otázky pro obecnější normální prostory.

Pokrývací dimenze

Nechť X je normální prostor.

1. Je-li $\{A, B\}$ uzavřené pokrytí prostoru X, pak $\dim X \leq \max(\dim A, \dim B)$.
2. $\dim X \leq n$ právě když má každé lokálně konečné otevřené pokrytí X má lokálně konečné uzavřené pokrytí řádu nejvýše n.