8. PROSTORY FUNKCÍ

Poznámky

Miroslav Hušek, Pavel Pyrih

KMA MFF UK

2008

Množina $U(X,Y)$ je uzavřená v $(Y^X)_u$ a tedy je úplná, pokud je Y úplný prostor. Tato situace už nemusí platit v $(Y^X)_{\mathcal{S}}$ pro obecnější soubory $\mathcal{S}$. Prvky $U(X,Y)$ jsou zobrazení stejnoměrně spojitá na X, což je prvek $\mathcal{S}$ pro stejnoměrnou konvergenci na X. Vezměme tedy pro obecné $\mathcal{S}$ množinu $\mathcal{S}U(X,Y)$ zobrazení $X \to Y$ stejnoměrně spojitých na každé množině $S \in \mathcal{S}$. Potom bude výše uvedené tvrzení opět platit:

TVRZENÍ

Množina $\mathcal{S}U(X,Y)$ je uzavřená v $(Y^X)_{\mathcal{S}}$ a tedy je uzavřená, pokud je úplná, pokud je Y úplný.

Je tedy vhodné vědět, kdy je $\mathcal{S}U(X,Y) = U(X,Y)$. To bude pravda v případě, že uniformní prostor X je silně vytvořen vnořeními $S \to X$, $S \in \mathcal{S}$ (ale i v jiných případech). Někdy stačí vědět, že $\mathcal{S}U(X,Y)$ je hustý v $U_{\mathcal{S}}(X,Y)$.

Je-li X lokálně kompaktní Hausdorffův prostor a $\mathcal{S}$ se skládá ze všech kompaktních podmnožin X, je $\mathcal{S}U(X,Y) = C(X,Y)$. Takže $\mathcal{S}U(X,Y) = U(X,Y)$ platí, je-li navíc X jemný uniformní prostor.

Pro $Y = \mathbb{R}$ a X lokálně kompaktní Hausdorffův prostor platí vždy $\overline{U(X)} = C_c(X)$.

Příkladem, kdy $\mathcal{S}U(X,Y)$ je „vzdálen" od $U(X,Y)$ je např. $U(X,\mathbb{N}) = \mathbb{N}$ pro souvislý prostor a $\mathcal{S}$ skládající se z konečných množin X (pak $\mathcal{S}U(X,\mathbb{N}) = (\mathbb{N}^X)_p$). Je-li X veliký (např. $\mathbb{R}^\kappa$ pro velký kardinál κ), není mocnina $\mathbb{N}^X$ separabilní a tedy $U(X,\mathbb{N})$ není husté v $\mathcal{S}U(X,\mathbb{N})$.

Množina $U(X,Y)$ je uzavřená v $(Y^X)_u$ a tedy je úplná, pokud je Y úplný prostor. Tato situace už nemusí platit v $(Y^X)_{\mathcal{S}}$ pro obecnější soubory $\mathcal{S}$. Prvky $U(X,Y)$ jsou zobrazení stejnoměrně spojitá na X, což je prvek $\mathcal{S}$ pro stejnoměrnou konvergenci na X. Vezměme tedy pro obecné $\mathcal{S}$ množinu $\mathcal{S}U(X,Y)$ zobrazení $X \to Y$ stejnoměrně spojitých na každé množině $S \in \mathcal{S}$. Potom bude výše uvedené tvrzení opět platit:

TVRZENÍ

Množina $\mathcal{S}U(X,Y)$ je uzavřená v $(Y^X)_{\mathcal{S}}$ a tedy je uzavřená, pokud je úplná, pokud je Y úplný.

Je tedy vhodné vědět, kdy je $\mathcal{S}U(X,Y) = U(X,Y)$. To bude pravda v případě, že uniformní prostor X je silně vytvořen vnořeními $S \to X$, $S \in \mathcal{S}$ (ale i v jiných případech). Někdy stačí vědět, že $\mathcal{S}U(X,Y)$ je hustý v $U_{\mathcal{S}}(X,Y)$.

Je-li X lokálně kompaktní Hausdorffův prostor a $\mathcal{S}$ se skládá ze všech kompaktních podmnožin X, je $\mathcal{S}U(X,Y) = C(X,Y)$. Takže $\mathcal{S}U(X,Y) = U(X,Y)$ platí, je-li navíc X jemný uniformní prostor.

Pro $Y = \mathbb{R}$ a X lokálně kompaktní Hausdorffův prostor platí vždy $\overline{U(X)} = C_c(X)$.

Příkladem, kdy $\mathcal{S}U(X,Y)$ je „vzdálen" od $U(X,Y)$ je např. $U(X,\mathbb{N}) = \mathbb{N}$ pro souvislý prostor a $\mathcal{S}$ skládající se z konečných množin X (pak $\mathcal{S}U(X,\mathbb{N}) = (\mathbb{N}^X)_p$). Je-li X veliký (např. $\mathbb{R}^\kappa$ pro velký kardinál κ), není mocnina $\mathbb{N}^X$ separabilní a tedy $U(X,\mathbb{N})$ není husté v $\mathcal{S}U(X,\mathbb{N})$.

Množina $U(X, Y)$ je uzavřená v $(Y^X)_u$ a tedy je úplná, pokud je Y úplný prostor. Tato situace už nemusí platit v $(Y^X)_{\mathcal{S}}$ pro obecnější soubory $\mathcal{S}$. Prvky $U(X, Y)$ jsou zobrazení stejnoměrně spojitá na X, což je prvek $\mathcal{S}$ pro stejnoměrnou konvergenci na X. Vezměme tedy pro obecné $\mathcal{S}$ množinu $\mathcal{S}U(X, Y)$ zobrazení $X \to Y$ stejnoměrně spojitých na každé množině $S \in \mathcal{S}$. Potom bude výše uvedené tvrzení opět platit:

TVRZENÍ

Množina $\mathcal{S}U(X, Y)$ je uzavřená v $(Y^X)_{\mathcal{S}}$ a tedy je uzavřená, pokud je úplná, pokud je Y úplný.

Je tedy vhodné vědět, kdy je $\mathcal{S}U(X, Y) = U(X, Y)$. To bude pravda v případě, že uniformní prostor X je silně vytvořen vnořeními $S \to X$, $S \in \mathcal{S}$ (ale i v jiných případech). Někdy stačí vědět, že $\mathcal{S}U(X, Y)$ je hustý v $U_{\mathcal{S}}(X, Y)$.

Je-li X lokálně kompaktní Hausdorffův prostor a $\mathcal{S}$ se skládá ze všech kompaktních podmnožin X, je $\mathcal{S}U(X, Y) = C(X, Y)$. Takže $\mathcal{S}U(X, Y) = U(X, Y)$ platí, je-li navíc X jemný uniformní prostor.

Pro $Y = \mathbb{R}$ a X lokálně kompaktní Hausdorffův prostor platí vždy $\overline{U(X)} = C_c(X)$.

Příkladem, kdy $\mathcal{S}U(X, Y)$ je „vzdálen" od $U(X, Y)$ je např. $U(X, \mathbb{N}) = \mathbb{N}$ pro souvislý prostor a $\mathcal{S}$ skládající se z konečných množin X (pak $\mathcal{S}U(X, \mathbb{N}) = (\mathbb{N}^X)_p$). Je-li X veliký (např. $\mathbb{R}^\kappa$ pro velký kardinál κ), není mocnina $\mathbb{N}^X$ separabilní a tedy $U(X, \mathbb{N})$ není husté v $\mathcal{S}U(X, \mathbb{N})$.

Množina $U(X,Y)$ je uzavřená v $(Y^X)_u$ a tedy je úplná, pokud je Y úplný prostor. Tato situace už nemusí platit v $(Y^X)_{\mathcal{S}}$ pro obecnější soubory $\mathcal{S}$. Prvky $U(X,Y)$ jsou zobrazení stejnoměrně spojitá na X, což je prvek $\mathcal{S}$ pro stejnoměrnou konvergenci na X. Vezměme tedy pro obecné $\mathcal{S}$ množinu $\mathcal{S}U(X,Y)$ zobrazení $X \to Y$ stejnoměrně spojitých na každé množině $S \in \mathcal{S}$. Potom bude výše uvedené tvrzení opět platit:

TVRZENÍ

Množina $\mathcal{S}U(X,Y)$ je uzavřená v $(Y^X)_{\mathcal{S}}$ a tedy je uzavřená, pokud je úplná, pokud je Y úplný.

Je tedy vhodné vědět, kdy je $\mathcal{S}U(X,Y) = U(X,Y)$. To bude pravda v případě, že uniformní prostor X je silně vytvořen vnořeními $S \to X$, $S \in \mathcal{S}$ (ale i v jiných případech). Někdy stačí vědět, že $\mathcal{S}U(X,Y)$ je hustý v $U_{\mathcal{S}}(X,Y)$.

Je-li X lokálně kompaktní Hausdorffův prostor a $\mathcal{S}$ se skládá ze všech kompaktních podmnožin X, je $\mathcal{S}U(X,Y) = C(X,Y)$. Takže $\mathcal{S}U(X,Y) = U(X,Y)$ platí, je-li navíc X jemný uniformní prostor.
Pro $Y = \mathbb{R}$ a X lokálně kompaktní Hausdorffův prostor platí vždy $\overline{U(X)} = C_c(X)$.

Příkladem, kdy $\mathcal{S}U(X,Y)$ je „vzdálen" od $U(X,Y)$ je např. $U(X,\mathbb{N}) = \mathbb{N}$ pro souvislý prostor a $\mathcal{S}$ skládající se z konečných množin X (pak $\mathcal{S}U(X,\mathbb{N}) = (\mathbb{N}^X)_p$). Je-li X veliký (např. $\mathbb{R}^\kappa$ pro velký kardinál κ), není mocnina $\mathbb{N}^X$ separabilní a tedy $U(X,\mathbb{N})$ není husté v $\mathcal{S}U(X,\mathbb{N})$.

Množina $U(X,Y)$ je uzavřená v $(Y^X)_u$ a tedy je úplná, pokud je Y úplný prostor. Tato situace už nemusí platit v $(Y^X)_{\mathcal{S}}$ pro obecnější soubory $\mathcal{S}$. Prvky $U(X,Y)$ jsou zobrazení stejnoměrně spojitá na X, což je prvek $\mathcal{S}$ pro stejnoměrnou konvergenci na X. Vezměme tedy pro obecné $\mathcal{S}$ množinu $\mathcal{S}U(X,Y)$ zobrazení $X \to Y$ stejnoměrně spojitých na každé množině $S \in \mathcal{S}$. Potom bude výše uvedené tvrzení opět platit:

TVRZENÍ

Množina $\mathcal{S}U(X,Y)$ je uzavřená v $(Y^X)_{\mathcal{S}}$ a tedy je uzavřená, pokud je úplná, pokud je Y úplný.

Je tedy vhodné vědět, kdy je $\mathcal{S}U(X,Y) = U(X,Y)$. To bude pravda v případě, že uniformní prostor X je silně vytvořen vnořeními $S \to X$, $S \in \mathcal{S}$ (ale i v jiných případech). Někdy stačí vědět, že $\mathcal{S}U(X,Y)$ je hustý v $U_{\mathcal{S}}(X,Y)$.

Je-li X lokálně kompaktní Hausdorffův prostor a $\mathcal{S}$ se skládá ze všech kompaktních podmnožin X, je $\mathcal{S}U(X,Y) = C(X,Y)$. Takže $\mathcal{S}U(X,Y) = U(X,Y)$ platí, je-li navíc X jemný uniformní prostor.
Pro $Y = \mathbb{R}$ a X lokálně kompaktní Hausdorffův prostor platí vždy $\overline{U(X)} = C_c(X)$.

Příkladem, kdy $\mathcal{S}U(X,Y)$ je „vzdálen" od $U(X,Y)$ je např. $U(X,\mathbb{N}) = \mathbb{N}$ pro souvislý prostor a $\mathcal{S}$ skládající se z konečných množin X (pak $\mathcal{S}U(X,\mathbb{N}) = (\mathbb{N}^X)_p$). Je-li X veliký (např. $\mathbb{R}^\kappa$ pro velký kardinál κ), není mocnina $\mathbb{N}^X$ separabilní a tedy $U(X,\mathbb{N})$ není husté v $\mathcal{S}U(X,\mathbb{N})$.

Na Y^X lze zavést topologii pomocí soustavy $\mathcal{S}$ i když Y je „jen" topologický prostor. Je to obdoba kompaktně otevřené topologie.

DEFINICE ($\mathcal{S}$ otevřená topologie)

Nechť Y je topologický prostor a $\mathcal{S}$ je soustava podmnožin množiny X. Pak $\mathcal{S}$ otevřená topologie na Y^X má za otevřenou subbázi soustavu $O(S,G) = \{f : X \to Y; f(S) \subset G\}, S \in \mathcal{S}, G$ otevřená v Y.
Na rozdíl od $(Y^X)_\mathcal{S}$ budeme pro tuto chvíli značit definovaný topologický prostor jako $_\mathcal{S}(Y^X)$.

Vlastnosti $\mathcal{S}$ otevřená topologie

Nechť X je $T_{3\frac{1}{2}}$ prostor a Y, Z jsou jeho kompaktifikace.

DEFINICE ($\mathcal{S}$ otevřená topologie)

Nechť Y je topologický prostor a $\mathcal{S}$ je soustava podmnožin množiny X. Pak $\mathcal{S}$ otevřená topologie na Y^X má za otevřenou subbázi soustavu $O(S, G) = \{f : X \to Y; f(S) \subset G\}, S \in \mathcal{S}, G$ otevřená v Y.
Na rozdíl od $(Y^X)_{\mathcal{S}}$ budeme pro tuto chvíli značit definovaný topologický prostor jako ${}_{\mathcal{S}}(Y^X)$.

Vlastnosti $\mathcal{S}$ otevřená topologie

Nechť X je $T_{3\frac{1}{2}}$ prostor a Y, Z jsou jeho kompaktifikace.

DEFINICE ($\mathcal{S}$ otevřená topologie)

Nechť Y je topologický prostor a $\mathcal{S}$ je soustava podmnožin množiny X. Pak $\mathcal{S}$ otevřená topologie na Y^X má za otevřenou subbázi soustavu $O(S,G) = \{f : X \to Y; f(S) \subset G\}, S \in \mathcal{S}, G$otevřená v Y.
Na rozdíl od $(Y^X)_{\mathcal{S}}$ budeme pro tuto chvíli značit definovaný topologický prostor jako ${}_{\mathcal{S}}(Y^X)$.

Vlastnosti $\mathcal{S}$ otevřená topologie

Nechť X je $T_{3\frac{1}{2}}$ prostor a Y, Z jsou jeho kompaktifikace.

1. Je-li $\mathcal{S}$ složeno ze všech konečných podmnožin X, splývá $\mathcal{S}$ otevřená topologie s topologií bodové konvergence.
2. Je-li $(Y,\mathcal{U})$ uniformní prostor, pak topologie na Y^X stejnoměrné konvergence na množinách z $\mathcal{S}$ je jemnější než $\mathcal{S}$ otevřená topologie právě když $\{U[f(S)]; U \in \mathcal{U}\}$ je báze okolí množiny $f(S)$ pro každé $S \in \mathcal{S}$.
3. Je-li Y uniformní prostor, pak topologie na Y^X stejnoměrné konvergence na množinách z $\mathcal{S}$ je jemnější než $\mathcal{S}$ otevřená topologie právě když každé $f(S)$, $S \in \mathcal{S}$, je prekompaktní v Y.
4. V následujících případech topologie $\mathcal{F}_{\mathcal{S}}$ a ${}_{\mathcal{S}}\mathcal{F}$ splývají (pro uniformní prostor Y):

DEFINICE ($\mathcal{S}$ otevřená topologie)

Nechť Y je topologický prostor a $\mathcal{S}$ je soustava podmnožin množiny X. Pak $\mathcal{S}$ otevřená topologie na Y^X má za otevřenou subbázi soustavu $O(S,G) = \{f : X \to Y; f(S) \subset G\}, S \in \mathcal{S}, G$otevřená v Y.
Na rozdíl od $(Y^X)_{\mathcal{S}}$ budeme pro tuto chvíli značit definovaný topologický prostor jako ${}_{\mathcal{S}}(Y^X)$.

Vlastnosti $\mathcal{S}$ otevřená topologie

Nechť X je $T_{3\frac{1}{2}}$ prostor a Y, Z jsou jeho kompaktifikace.

1. Je-li $\mathcal{S}$ složeno ze všech konečných podmnožin X, splývá $\mathcal{S}$ otevřená topologie s topologií bodové konvergence.
2. Je-li $(Y, \mathcal{U})$ uniformní prostor, pak topologie na Y^X stejnoměrné konvergence na množinách z $\mathcal{S}$ je jemnější než $\mathcal{S}$ otevřená topologie právě když $\{U[f(S)]; U \in \mathcal{U}\}$ je báze okolí množiny $f(S)$ pro každé $S \in \mathcal{S}$.
3. Je-li Y uniformní prostor, pak topologie na Y^X stejnoměrné konvergence na množinách z $\mathcal{S}$ je jemnější než $\mathcal{S}$ otevřená topologie právě když každé $f(S)$, $S \in \mathcal{S}$, je prekompaktní v Y.
4. V následujících případech topologie $\mathcal{F}_{\mathcal{S}}$ a ${}_{\mathcal{S}}\mathcal{F}$ splývají (pro uniformní prostor Y):

DEFINICE ($\mathcal{S}$ otevřená topologie)

Nechť Y je topologický prostor a $\mathcal{S}$ je soustava podmnožin množiny X. Pak $\mathcal{S}$ otevřená topologie na Y^X má za otevřenou subbázi soustavu $O(S,G) = \{f : X \to Y; f(S) \subset G\}, S \in \mathcal{S}, G$otevřená v Y.
Na rozdíl od $(Y^X)_{\mathcal{S}}$ budeme pro tuto chvíli značit definovaný topologický prostor jako ${}_{\mathcal{S}}(Y^X)$.

Vlastnosti $\mathcal{S}$ otevřená topologie

Nechť X je $T_{3\frac{1}{2}}$ prostor a Y, Z jsou jeho kompaktifikace.

1. Je-li $\mathcal{S}$ složeno ze všech konečných podmnožin X, splývá $\mathcal{S}$ otevřená topologie s topologií bodové konvergence.
2. Je-li $(Y, \mathcal{U})$ uniformní prostor, pak topologie na Y^X stejnoměrné konvergence na množinách z $\mathcal{S}$ je jemnější než $\mathcal{S}$ otevřená topologie právě když $\{U[f(S)]; U \in \mathcal{U}\}$ je báze okolí množiny $f(S)$ pro každé $S \in \mathcal{S}$.
3. Je-li Y uniformní prostor, pak topologie na Y^X stejnoměrné konvergence na množinách z $\mathcal{S}$ je jemnější než $\mathcal{S}$ otevřená topologie právě když každé $f(S)$, $S \in \mathcal{S}$, je prekompaktní v Y.
4. V následujících případech topologie $\mathcal{F}_{\mathcal{S}}$ a ${}_{\mathcal{S}}\mathcal{F}$ splývají (pro uniformní prostor Y):

DEFINICE ($\mathcal{S}$ otevřená topologie)

Nechť Y je topologický prostor a $\mathcal{S}$ je soustava podmnožin množiny X. Pak $\mathcal{S}$ otevřená topologie na Y^X má za otevřenou subbázi soustavu $O(S,G) = \{f : X \to Y; f(S) \subset G\}, S \in \mathcal{S}, G$otevřená v Y.
Na rozdíl od $(Y^X)_\mathcal{S}$ budeme pro tuto chvíli značit definovaný topologický prostor jako ${}_\mathcal{S}(Y^X)$.

Vlastnosti $\mathcal{S}$ otevřená topologie

Nechť X je $T_{3\frac{1}{2}}$ prostor a Y, Z jsou jeho kompaktifikace.

1. Je-li $\mathcal{S}$ složeno ze všech konečných podmnožin X, splývá $\mathcal{S}$ otevřená topologie s topologií bodové konvergence.
2. Je-li $(Y, \mathcal{U})$ uniformní prostor, pak topologie na Y^X stejnoměrné konvergence na množinách z $\mathcal{S}$ je jemnější než $\mathcal{S}$ otevřená topologie právě když $\{U[f(S)]; U \in \mathcal{U}\}$ je báze okolí množiny $f(S)$ pro každé $S \in \mathcal{S}$.
3. Je-li Y uniformní prostor, pak topologie na Y^X stejnoměrné konvergence na množinách z $\mathcal{S}$ je jemnější než $\mathcal{S}$ otevřená topologie právě když každé $f(S), S \in \mathcal{S}$, je prekompaktní v Y.
4. V následujících případech topologie $\mathcal{F}_\mathcal{S}$ a ${}_\mathcal{S}\mathcal{F}$ splývají (pro uniformní prostor Y):
   - $\mathcal{S}$ je složeno ze všech konečných podmnožin X, $\mathcal{F} \subset Y^X$;
   - $\mathcal{S}$ je složeno ze všech kompaktních podmnožin X, $\mathcal{F} \subset C(X,Y)$;
   - Y je parakompaktní, $\mathcal{S}$ je složeno ze všech pseudokompaktních podmnožin X, $\mathcal{F} \subset C(X,Y)$;
   - X je uniformní prostor, $\mathcal{S}$ je složeno ze všech prekompaktních podmnožin X, $\mathcal{F} \subset U(X,Y)$ a každá prekompaktní podmnožina Y je konečná.

DEFINICE ($\mathcal{S}$ otevřená topologie)

Nechť Y je topologický prostor a $\mathcal{S}$ je soustava podmnožin množiny X. Pak $\mathcal{S}$ otevřená topologie na Y^X má za otevřenou subbázi soustavu $O(S,G) = \{f : X \to Y; f(S) \subset G\}, S \in \mathcal{S}, G$ otevřená v Y.
Na rozdíl od $(Y^X)_{\mathcal{S}}$ budeme pro tuto chvíli značit definovaný topologický prostor jako ${}_{\mathcal{S}}(Y^X)$.

Vlastnosti $\mathcal{S}$ otevřená topologie

Nechť X je $T_{3\frac{1}{2}}$ prostor a Y, Z jsou jeho kompaktifikace.

1. Je-li $\mathcal{S}$ složeno ze všech konečných podmnožin X, splývá $\mathcal{S}$ otevřená topologie s topologií bodové konvergence.
2. Je-li $(Y, \mathcal{U})$ uniformní prostor, pak topologie na Y^X stejnoměrné konvergence na množinách z $\mathcal{S}$ je jemnější než $\mathcal{S}$ otevřená topologie právě když $\{U[f(S)]; U \in \mathcal{U}\}$ je báze okolí množiny $f(S)$ pro každé $S \in \mathcal{S}$.
3. Je-li Y uniformní prostor, pak topologie na Y^X stejnoměrné konvergence na množinách z $\mathcal{S}$ je jemnější než $\mathcal{S}$ otevřená topologie právě když každé $f(S), S \in \mathcal{S}$, je prekompaktní v Y.
4. V následujících případech topologie $\mathcal{F}_{\mathcal{S}}$ a ${}_{\mathcal{S}}\mathcal{F}$ splývají (pro uniformní prostor Y):
   - $\mathcal{S}$ je složeno ze všech konečných podmnožin X, $\mathcal{F} \subset Y^X$;
   - $\mathcal{S}$ je složeno ze všech kompaktních podmnožin X, $\mathcal{F} \subset C(X, Y)$;
   - Y je parakompaktní, $\mathcal{S}$ je složeno ze všech pseudokompaktních podmnožin X, $\mathcal{F} \subset C(X, Y)$;
   - X je uniformní prostor, $\mathcal{S}$ je složeno ze všech prekompaktních podmnožin X, $\mathcal{F} \subset U(X, Y)$ a každá prekompaktní podmnožina Y je konečná.

DEFINICE ($\mathcal{S}$ otevřená topologie)

Nechť Y je topologický prostor a $\mathcal{S}$ je soustava podmnožin množiny X. Pak $\mathcal{S}$ otevřená topologie na Y^X má za otevřenou subbázi soustavu $O(S,G) = \{f : X \to Y; f(S) \subset G\}, S \in \mathcal{S}, G$ otevřená v Y.
Na rozdíl od $(Y^X)_{\mathcal{S}}$ budeme pro tuto chvíli značit definovaný topologický prostor jako ${}_{\mathcal{S}}(Y^X)$.

Vlastnosti $\mathcal{S}$ otevřená topologie

Nechť X je $T_{3\frac{1}{2}}$ prostor a Y, Z jsou jeho kompaktifikace.

1. Je-li $\mathcal{S}$ složeno ze všech konečných podmnožin X, splývá $\mathcal{S}$ otevřená topologie s topologií bodové konvergence.
2. Je-li $(Y, \mathcal{U})$ uniformní prostor, pak topologie na Y^X stejnoměrné konvergence na množinách z $\mathcal{S}$ je jemnější než $\mathcal{S}$ otevřená topologie právě když $\{U[f(S)]; U \in \mathcal{U}\}$ je báze okolí množiny $f(S)$ pro každé $S \in \mathcal{S}$.
3. Je-li Y uniformní prostor, pak topologie na Y^X stejnoměrné konvergence na množinách z $\mathcal{S}$ je jemnější než $\mathcal{S}$ otevřená topologie právě když každé $f(S), S \in \mathcal{S}$, je prekompaktní v Y.
4. V následujících případech topologie $\mathcal{F}_{\mathcal{S}}$ a ${}_{\mathcal{S}}\mathcal{F}$ splývají (pro uniformní prostor Y):
   - $\mathcal{S}$ je složeno ze všech konečných podmnožin $X, \mathcal{F} \subset Y^X$;
   - $\mathcal{S}$ je složeno ze všech kompaktních podmnožin $X, \mathcal{F} \subset C(X,Y)$;
   - Y je parakompaktní, $\mathcal{S}$ je složeno ze všech pseudokompaktních podmnožin $X, \mathcal{F} \subset C(X,Y)$;
   - X je uniformní prostor, $\mathcal{S}$ je složeno ze všech prekompaktních podmnožin $X, \mathcal{F} \subset U(X,Y)$ a každá prekompaktní podmnožina Y je konečná.

DEFINICE ($\mathcal{S}$ otevřená topologie)

Nechť Y je topologický prostor a $\mathcal{S}$ je soustava podmnožin množiny X. Pak $\mathcal{S}$ otevřená topologie na Y^X má za otevřenou subbázi soustavu $O(S, G) = \{f : X \to Y; f(S) \subset G\}, S \in \mathcal{S}, G$otevřená v Y.
Na rozdíl od $(Y^X)_{\mathcal{S}}$ budeme pro tuto chvíli značit definovaný topologický prostor jako ${}_{\mathcal{S}}(Y^X)$.

Vlastnosti $\mathcal{S}$ otevřená topologie

Nechť X je $T_{3\frac{1}{2}}$ prostor a Y, Z jsou jeho kompaktifikace.

1. Je-li $\mathcal{S}$ složeno ze všech konečných podmnožin X, splývá $\mathcal{S}$ otevřená topologie s topologií bodové konvergence.
2. Je-li $(Y, \mathcal{U})$ uniformní prostor, pak topologie na Y^X stejnoměrné konvergence na množinách z $\mathcal{S}$ je jemnější než $\mathcal{S}$ otevřená topologie právě když $\{U[f(S)]; U \in \mathcal{U}\}$ je báze okolí množiny $f(S)$ pro každé $S \in \mathcal{S}$.
3. Je-li Y uniformní prostor, pak topologie na Y^X stejnoměrné konvergence na množinách z $\mathcal{S}$ je jemnější než $\mathcal{S}$ otevřená topologie právě když každé $f(S)$, $S \in \mathcal{S}$, je prekompaktní v Y.
4. V následujících případech topologie $\mathcal{F}_{\mathcal{S}}$ a ${}_{\mathcal{S}}\mathcal{F}$ splývají (pro uniformní prostor Y):
   - $\mathcal{S}$ je složeno ze všech konečných podmnožin X, $\mathcal{F} \subset Y^X$;
   - $\mathcal{S}$ je složeno ze všech kompaktních podmnožin X, $\mathcal{F} \subset C(X, Y)$;
   - Y je parakompaktní, $\mathcal{S}$ je složeno ze všech pseudokompaktních podmnožin X, $\mathcal{F} \subset C(X, Y)$;
   - X je uniformní prostor, $\mathcal{S}$ je složeno ze všech prekompaktních podmnožin X, $\mathcal{F} \subset U(X, Y)$ a každá prekompaktní podmnožina Y je konečná.

DEFINICE ($\mathcal{S}$ otevřená topologie)

Nechť Y je topologický prostor a $\mathcal{S}$ je soustava podmnožin množiny X. Pak $\mathcal{S}$ otevřená topologie na Y^X má za otevřenou subbázi soustavu $O(S, G) = \{f : X \to Y; f(S) \subset G\}, S \in \mathcal{S}, G$otevřená v Y.
Na rozdíl od $(Y^X)_{\mathcal{S}}$ budeme pro tuto chvíli značit definovaný topologický prostor jako ${}_{\mathcal{S}}(Y^X)$.

Vlastnosti $\mathcal{S}$ otevřená topologie

Nechť X je $T_{3\frac{1}{2}}$ prostor a Y, Z jsou jeho kompaktifikace.

1. Je-li $\mathcal{S}$ složeno ze všech konečných podmnožin X, splývá $\mathcal{S}$ otevřená topologie s topologií bodové konvergence.
2. Je-li $(Y, \mathcal{U})$ uniformní prostor, pak topologie na Y^X stejnoměrné konvergence na množinách z $\mathcal{S}$ je jemnější než $\mathcal{S}$ otevřená topologie právě když $\{U[f(S)]; U \in \mathcal{U}\}$ je báze okolí množiny $f(S)$ pro každé $S \in \mathcal{S}$.
3. Je-li Y uniformní prostor, pak topologie na Y^X stejnoměrné konvergence na množinách z $\mathcal{S}$ je jemnější než $\mathcal{S}$ otevřená topologie právě když každé $f(S), S \in \mathcal{S}$, je prekompaktní v Y.
4. V následujících případech topologie $\mathcal{F}_{\mathcal{S}}$ a ${}_{\mathcal{S}}\mathcal{F}$ splývají (pro uniformní prostor Y):
   - $\mathcal{S}$ je složeno ze všech konečných podmnožin $X, \mathcal{F} \subset Y^X$;
   - $\mathcal{S}$ je složeno ze všech kompaktních podmnožin $X, \mathcal{F} \subset C(X, Y)$;
   - Y je parakompaktní, $\mathcal{S}$ je složeno ze všech pseudokompaktních podmnožin $X, \mathcal{F} \subset C(X, Y)$;
   - X je uniformní prostor, $\mathcal{S}$ je složeno ze všech prekompaktních podmnožin $X, \mathcal{F} \subset U(X, Y)$ a každá prekompaktní podmnožina Y je konečná.

Stejně, jako jsme místo zobrazení (stejnoměrně) spojitých na celém X zkoumali zobrazení (stejnoměrně) spojité na daných podmnožinách, můžeme relativizovat i ekviuniformní podmínku.

DEFINICE (Ekviuniformní množina vzhledem k podmnožinám)

Nechť $(X, \mathcal{U}), (Y, \mathcal{V})$ jsou uniformní prostory. Množina $\mathcal{F} \subset Y^X$ se nazývá $\mathcal{S}$-ekviuniformní, jestliže pro každé $S \in \mathcal{S}$, $V \in \mathcal{V}$ existuje $U \in \mathcal{U}$ tak, že $(f(x), f(y)) \in V$ jakmile $x, y \in S$, $(x, y) \in U$ a $f \in \mathcal{F}$.

Vlastnosti relativně ekviuniformních množin

Stejně, jako jsme místo zobrazení (stejnoměrně) spojitých na celém X zkoumali zobrazení (stejnoměrně) spojité na daných podmnožinách, můžeme relativizovat i ekviuniformní podmínku.

DEFINICE (Ekviuniformní množina vzhledem k podmnožinám)

Nechť $(X,\mathcal{U}),(Y,\mathcal{V})$ jsou uniformní prostory. Množina $\mathcal{F} \subset Y^X$ se nazývá $\mathcal{S}$-ekviuniformní, jestliže pro každé $S \in \mathcal{S}$, $V \in \mathcal{V}$ existuje $U \in \mathcal{U}$ tak, že $(f(x), f(y)) \in V$ jakmile $x, y \in S$, $(x,y) \in U$ a $f \in \mathcal{F}$.

Vlastnosti relativně ekviuniformních množin

Stejně, jako jsme místo zobrazení (stejnoměrně) spojitých na celém X zkoumali zobrazení (stejnoměrně) spojité na daných podmnožinách, můžeme relativizovat i ekviuniformní podmínku.

DEFINICE (Ekviuniformní množina vzhledem k podmnožinám)

Nechť $(X,\mathcal{U}),(Y,\mathcal{V})$ jsou uniformní prostory. Množina $\mathcal{F} \subset Y^X$ se nazývá $\mathcal{S}$-ekviuniformní, jestliže pro každé $S \in \mathcal{S}$, $V \in \mathcal{V}$ existuje $U \in \mathcal{U}$ tak, že $(f(x), f(y)) \in V$ jakmile $x, y \in S$, $(x,y) \in U$ a $f \in \mathcal{F}$.

Vlastnosti relativně ekviuniformních množin

1. Každá $\mathcal{S}$-ekviuniformní množina je částí $\mathcal{S}U(X, Y)$.
2. Obsahuje-li $\mathcal{S}$ jen uniformně diskrétní množiny, je Y^X $\mathcal{S}$-ekviuniformní, ale může obsahovat zobrazení, která nejsou stejnoměrně spojitá na X.
3. Každá prekompaktní podmnožina $\mathcal{S}U_{\mathcal{S}}(X, Y)$ je $\mathcal{S}$-ekviuniformní.
4. Jestliže $\mathcal{S}$ je složen z prekompaktních množin, pak podmnožina $\mathcal{S}U_{\mathcal{S}}(X, Y)$ je prekompaktní právě když je prekompaktní v bodové konvergenci a je $\mathcal{S}$-ekviuniformní.
5. Je-li $\mathcal{S}$ dědičná soustava, tak uniformity bodové konvergence a stejnoměrné konvergence na prekompaktních množinách z $\mathcal{S}$ splývají na každé $\mathcal{S}$-ekviuniformní množině.
6. Nechť Y je úplný Hausdorffův prostor, $\mathcal{S}$ je složeno ze všech kompaktních podmnožin X a $\mathcal{F}$ je uzavřená podmnožina $\mathcal{S}U(X, Y)$. Pak $\mathcal{F}_c$ je kompaktní právě když je bodově prekompaktní a je $\mathcal{S}$-ekviuniformní.

Stejně, jako jsme místo zobrazení (stejnoměrně) spojitých na celém X zkoumali zobrazení (stejnoměrně) spojité na daných podmnožinách, můžeme relativizovat i ekviuniformní podmínku.

DEFINICE (Ekviuniformní množina vzhledem k podmnožinám)

Nechť $(X,\mathcal{U}),(Y,\mathcal{V})$ jsou uniformní prostory. Množina $\mathcal{F}\subset Y^X$ se nazývá $\mathcal{S}$-ekviuniformní, jestliže pro každé $S\in\mathcal{S}$, $V\in\mathcal{V}$ existuje $U\in\mathcal{U}$ tak, že $(f(x),f(y))\in V$ jakmile $x,y\in S$, $(x,y)\in U$ a $f\in\mathcal{F}$.

Vlastnosti relativně ekviuniformních množin

1. Každá $\mathcal{S}$-ekviuniformní množina je částí $SU(X,Y)$.
2. Obsahuje-li $\mathcal{S}$ jen uniformně diskrétní množiny, je Y^X $\mathcal{S}$-ekviuniformní, ale může obsahovat zobrazení, která nejsou stejnoměrně spojitá na X.
3. Každá prekompaktní podmnožina $SU_{\mathcal{S}}(X,Y)$ je $\mathcal{S}$-ekviuniformní.
4. Jestliže $\mathcal{S}$ je složen z prekompaktních množin, pak podmnožina $SU_{\mathcal{S}}(X,Y)$ je prekompaktní právě když je prekompaktní v bodové konvergenci a je $\mathcal{S}$-ekviuniformní.
5. Je-li $\mathcal{S}$ dědičná soustava, tak uniformity bodové konvergence a stejnoměrné konvergence na prekompaktních množinách z $\mathcal{S}$ splývají na každé $\mathcal{S}$-ekviuniformní množině.
6. Nechť Y je úplný Hausdorffův prostor, $\mathcal{S}$ je složeno ze všech kompaktních podmnožin X a $\mathcal{F}$ je uzavřená podmnožina $SU(X,Y)$. Pak $\mathcal{F}_c$ je kompaktní právě když je bodově prekompaktní a je $\mathcal{S}$-ekviuniformní.

Stejně, jako jsme místo zobrazení (stejnoměrně) spojitých na celém X zkoumali zobrazení (stejnoměrně) spojité na daných podmnožinách, můžeme relativizovat i ekviuniformní podmínku.

DEFINICE (Ekviuniformní množina vzhledem k podmnožinám)

Nechť $(X,\mathcal{U}),(Y,\mathcal{V})$ jsou uniformní prostory. Množina $\mathcal{F} \subset Y^X$ se nazývá $\mathcal{S}$-ekviuniformní, jestliže pro každé $S \in \mathcal{S}$, $V \in \mathcal{V}$ existuje $U \in \mathcal{U}$ tak, že $(f(x), f(y)) \in V$ jakmile $x, y \in S$, $(x, y) \in U$ a $f \in \mathcal{F}$.

Vlastnosti relativně ekviuniformních množin

1. Každá $\mathcal{S}$-ekviuniformní množina je částí $SU(X, Y)$.
2. Obsahuje-li $\mathcal{S}$ jen uniformně diskrétní množiny, je Y^X $\mathcal{S}$-ekviuniformní, ale může obsahovat zobrazení, která nejsou stejnoměrně spojitá na X.
3. Každá prekompaktní podmnožina $SU_{\mathcal{S}}(X, Y)$ je $\mathcal{S}$-ekviuniformní.
4. Jestliže $\mathcal{S}$ je složen z prekompaktních množin, pak podmnožina $SU_{\mathcal{S}}(X, Y)$ je prekompaktní právě když je prekompaktní v bodové konvergenci a je $\mathcal{S}$-ekviuniformní.
5. Je-li $\mathcal{S}$ dědičná soustava, tak uniformity bodové konvergence a stejnoměrné konvergence na prekompaktních množinách z $\mathcal{S}$ splývají na každé $\mathcal{S}$-ekviuniformní množině.
6. Nechť Y je úplný Hausdorffův prostor, $\mathcal{S}$ je složeno ze všech kompaktních podmnožin X a $\mathcal{F}$ je uzavřená podmnožina $SU(X, Y)$. Pak $\mathcal{F}_c$ je kompaktní právě když je bodově prekompaktní a je $\mathcal{S}$-ekviuniformní.

Stejně, jako jsme místo zobrazení (stejnoměrně) spojitých na celém X zkoumali zobrazení (stejnoměrně) spojité na daných podmnožinách, můžeme relativizovat i ekviuniformní podmínku.

DEFINICE (Ekviuniformní množina vzhledem k podmnožinám)

Nechť $(X,\mathcal{U}), (Y,\mathcal{V})$ jsou uniformní prostory. Množina $\mathcal{F} \subset Y^X$ se nazývá $\mathcal{S}$-ekviuniformní, jestliže pro každé $S \in \mathcal{S}$, $V \in \mathcal{V}$ existuje $U \in \mathcal{U}$ tak, že $(f(x), f(y)) \in V$ jakmile $x, y \in S$, $(x, y) \in U$ a $f \in \mathcal{F}$.

Vlastnosti relativně ekviuniformních množin

1. Každá $\mathcal{S}$-ekviuniformní množina je částí $SU(X, Y)$.
2. Obsahuje-li $\mathcal{S}$ jen uniformně diskrétní množiny, je Y^X $\mathcal{S}$-ekviuniformní, ale může obsahovat zobrazení, která nejsou stejnoměrně spojitá na X.
3. Každá prekompaktní podmnožina $SU_{\mathcal{S}}(X, Y)$ je $\mathcal{S}$-ekviuniformní.
4. Jestliže $\mathcal{S}$ je složen z prekompaktních množin, pak podmnožina $SU_{\mathcal{S}}(X, Y)$ je prekompaktní právě když je prekompaktní v bodové konvergenci a je $\mathcal{S}$-ekviuniformní.
5. Je-li $\mathcal{S}$ dědičná soustava, tak uniformity bodové konvergence a stejnoměrné konvergence na prekompaktních množinách z $\mathcal{S}$ splývají na každé $\mathcal{S}$-ekviuniformní množině.
6. Nechť Y je úplný Hausdorffův prostor, $\mathcal{S}$ je složeno ze všech kompaktních podmnožin X a $\mathcal{F}$ je uzavřená podmnožina $SU(X, Y)$. Pak $\mathcal{F}_c$ je kompaktní právě když je bodově prekompaktní a je $\mathcal{S}$-ekviuniformní.

Stejně, jako jsme místo zobrazení (stejnoměrně) spojitých na celém X zkoumali zobrazení (stejnoměrně) spojité na daných podmnožinách, můžeme relativizovat i ekviuniformní podmínku.

DEFINICE (Ekviuniformní množina vzhledem k podmnožinám)

Nechť $(X,\mathcal{U}), (Y,\mathcal{V})$ jsou uniformní prostory. Množina $\mathcal{F} \subset Y^X$ se nazývá $\mathcal{S}$-ekviuniformní, jestliže pro každé $S \in \mathcal{S}$, $V \in \mathcal{V}$ existuje $U \in \mathcal{U}$ tak, že $(f(x), f(y)) \in V$ jakmile $x, y \in S$, $(x, y) \in U$ a $f \in \mathcal{F}$.

Vlastnosti relativně ekviuniformních množin

1. Každá $\mathcal{S}$-ekviuniformní množina je částí $\mathcal{S}U(X, Y)$.
2. Obsahuje-li $\mathcal{S}$ jen uniformně diskrétní množiny, je Y^X $\mathcal{S}$-ekviuniformní, ale může obsahovat zobrazení, která nejsou stejnoměrně spojitá na X.
3. Každá prekompaktní podmnožina $\mathcal{S}U_{\mathcal{S}}(X, Y)$ je $\mathcal{S}$-ekviuniformní.
4. Jestliže $\mathcal{S}$ je složen z prekompaktních množin, pak podmnožina $\mathcal{S}U_{\mathcal{S}}(X, Y)$ je prekompaktní právě když je prekompaktní v bodové konvergenci a je $\mathcal{S}$-ekviuniformní.
5. Je-li $\mathcal{S}$ dědičná soustava, tak uniformity bodové konvergence a stejnoměrné konvergence na prekompaktních množinách z $\mathcal{S}$ splývají na každé $\mathcal{S}$-ekviuniformní množině.
6. Nechť Y je úplný Hausdorffův prostor, $\mathcal{S}$ je složeno ze všech kompaktních podmnožin X a $\mathcal{F}$ je uzavřená podmnožina $\mathcal{S}U(X, Y)$. Pak $\mathcal{F}_c$ je kompaktní právě když je bodově prekompaktní a je $\mathcal{S}$-ekviuniformní.

Stejně, jako jsme místo zobrazení (stejnoměrně) spojitých na celém X zkoumali zobrazení (stejnoměrně) spojité na daných podmnožinách, můžeme relativizovat i ekviuniformní podmínku.

DEFINICE (Ekviuniformní množina vzhledem k podmnožinám)

Nechť $(X,\mathcal{U}),(Y,\mathcal{V})$ jsou uniformní prostory. Množina $\mathcal{F} \subset Y^X$ se nazývá $\mathcal{S}$-ekviuniformní, jestliže pro každé $S \in \mathcal{S}$, $V \in \mathcal{V}$ existuje $U \in \mathcal{U}$ tak, že $(f(x), f(y)) \in V$ jakmile $x, y \in S$, $(x, y) \in U$ a $f \in \mathcal{F}$.

Vlastnosti relativně ekviuniformních množin

1. Každá $\mathcal{S}$-ekviuniformní množina je částí $SU(X, Y)$.
2. Obsahuje-li $\mathcal{S}$ jen uniformně diskrétní množiny, je Y^X $\mathcal{S}$-ekviuniformní, ale může obsahovat zobrazení, která nejsou stejnoměrně spojitá na X.
3. Každá prekompaktní podmnožina $SU_{\mathcal{S}}(X, Y)$ je $\mathcal{S}$-ekviuniformní.
4. Jestliže $\mathcal{S}$ je složen z prekompaktních množin, pak podmnožina $SU_{\mathcal{S}}(X, Y)$ je prekompaktní právě když je prekompaktní v bodové konvergenci a je $\mathcal{S}$-ekviuniformní.
5. Je-li $\mathcal{S}$ dědičná soustava, tak uniformity bodové konvergence a stejnoměrné konvergence na prekompaktních množinách z $\mathcal{S}$ splývají na každé $\mathcal{S}$-ekviuniformní množině.
6. Nechť Y je úplný Hausdorffův prostor, $\mathcal{S}$ je složeno ze všech kompaktních podmnožin X a $\mathcal{F}$ je uzavřená podmnožina $SU(X, Y)$. Pak $\mathcal{F}_c$ je kompaktní právě když je bodově prekompaktní a je $\mathcal{S}$-ekviuniformní.

Je-li $Y = X$, pak na X^X máme binární operaci skládání $\{(f, g) \leadsto f \circ g\} : X^X \times X^X \to X^X$. Můžeme se ptát, kdy je tato operace spojitá nebo stejnoměrně spojitá. V další části je $\mathcal{F} \subset X^X$, $\mathcal{S}$ je soustava nějakých podmnožin v X a $\mathcal{U}$ je uniformita na X.

Spojitost operace skládání

Spojitost operace skládání

1. Operace skládání $\circ : \mathcal{F}_{\mathcal{S}} \times \mathcal{F}_{\mathcal{S}} \to X^X$ je spojitá pokud je buď $\mathcal{F} \subset U(X, X)$ a pro každé $S \in \mathcal{S}, f \in \mathcal{F}$ existuje $U \in \mathcal{U}$ tak, že $U[f(S)] \in \mathcal{S}$, nebo je $\mathcal{F}$ ekviuniformní a $f(S) \in \mathcal{S}$ pro každé $S \in \mathcal{S}, f \in \mathcal{F}$.
2. Operace skládání $\circ : \mathcal{F}_{\mathcal{S}} \times \mathcal{F}_{\mathcal{S}} \to X^X$ je stejnoměrně spojitá pokud je $\mathcal{F}$ ekviuniformní a $\bigcup_{\mathcal{F}} \{f(S)\} \in \mathcal{S}$ pro každé $S \in \mathcal{S}$.
3. Z předchozích dvou výsledků lze odvodit následující speciální případy:
4. Nechť $\mathcal{F}$ je množina $\mathcal{H}$ všech uniformních izomorfizmů $X \to X$.

Spojitost operace skládání

1. Operace skládání $\circ : \mathcal{F}_\mathcal{S} \times \mathcal{F}_\mathcal{S} \to X^X$ je spojitá pokud je buď $\mathcal{F} \subset U(X,X)$ a pro každé $S \in \mathcal{S}, f \in \mathcal{F}$ existuje $U \in \mathcal{U}$ tak, že $U[f(S)] \in \mathcal{S}$, nebo je $\mathcal{F}$ ekviuniformní a $f(S) \in \mathcal{S}$ pro každé $S \in \mathcal{S}, f \in \mathcal{F}$.
2. Operace skládání $\circ : \mathcal{F}_\mathcal{S} \times \mathcal{F}_\mathcal{S} \to X^X$ je stejnoměrně spojitá pokud je $\mathcal{F}$ ekviuniformní a $\bigcup_\mathcal{F}\{f(S)\} \in \mathcal{S}$ pro každé $S \in \mathcal{S}$.
3. Z předchozích dvou výsledků lze odvodit následující speciální případy:
4. Nechť $\mathcal{F}$ je množina $\mathcal{H}$ všech uniformních izomorfizmů $X \to X$.

Spojitost operace skládání

1. Operace skládání $\circ : \mathcal{F}_{\mathcal{S}} \times \mathcal{F}_{\mathcal{S}} \to X^X$ je spojitá pokud je buď $\mathcal{F} \subset U(X,X)$ a pro každé $S \in \mathcal{S}, f \in \mathcal{F}$ existuje $U \in \mathcal{U}$ tak, že $U[f(S)] \in \mathcal{S}$, nebo je $\mathcal{F}$ ekviuniformní a $f(S) \in \mathcal{S}$ pro každé $S \in \mathcal{S}, f \in \mathcal{F}$.
2. Operace skládání $\circ : \mathcal{F}_{\mathcal{S}} \times \mathcal{F}_{\mathcal{S}} \to X^X$ je stejnoměrně spojitá pokud je $\mathcal{F}$ ekviuniformní a $\bigcup_{\mathcal{F}}\{f(S)\} \in \mathcal{S}$ pro každé $S \in \mathcal{S}$.
3. Z předchozích dvou výsledků lze odvodit následující speciální případy:
   - $\circ : \mathcal{F}_u \times \mathcal{F}_u \to U_u(X,X)$ je vždy spojité;

     je stejnoměrně spojité, pokud je $\mathcal{F}$ ekviuniformní.
   - $\circ : \mathcal{F}_{pc} \times \mathcal{F}_{pc} \to U_{pc}(X,X)$ je spojité pokud buď každá prekompaktní podmnožina A v X má prekompaktní okolí $U[A]$ nebo je $\mathcal{F}$ ekviuniformní;

     je stejnoměrně spojité, pokud je $\mathcal{F}$ prekompaktní.
   - $\circ : \mathcal{F}_c \times \mathcal{F}_c \to U_c(X,X)$ je spojité, je-li buď X lokálně kompaktní nebo je $\mathcal{F}$ ekviuniformní;

     je stejnoměrně spojité, pokud je $\mathcal{F}$ prekompaktní.
4. Nechť $\mathcal{F}$ je množina $\mathcal{H}$ všech uniformních izomorfizmů $X \to X$.

Spojitost operace skládání

1. Operace skládání $\circ : \mathcal{F}_{\mathcal{S}} \times \mathcal{F}_{\mathcal{S}} \to X^X$ je spojitá pokud je buď $\mathcal{F} \subset U(X, X)$ a pro každé $S \in \mathcal{S}, f \in \mathcal{F}$ existuje $U \in \mathcal{U}$ tak, že $U[f(S)] \in \mathcal{S}$, nebo je $\mathcal{F}$ ekviuniformní a $f(S) \in \mathcal{S}$ pro každé $S \in \mathcal{S}, f \in \mathcal{F}$.
2. Operace skládání $\circ : \mathcal{F}_{\mathcal{S}} \times \mathcal{F}_{\mathcal{S}} \to X^X$ je stejnoměrně spojitá pokud je $\mathcal{F}$ ekviuniformní a $\bigcup_{\mathcal{F}} \{f(S)\} \in \mathcal{S}$ pro každé $S \in \mathcal{S}$.
3. Z předchozích dvou výsledků lze odvodit následující speciální případy:
   - $\circ : \mathcal{F}_u \times \mathcal{F}_u \to U_u(X, X)$ je vždy spojité;

     je stejnoměrně spojité, pokud je $\mathcal{F}$ ekviuniformní.
   - $\circ : \mathcal{F}_{pc} \times \mathcal{F}_{pc} \to U_{pc}(X, X)$ je spojité pokud buď každá prekompaktní podmnožina A v X má prekompaktní okolí $U[A]$ nebo je $\mathcal{F}$ ekviuniformní;

     je stejnoměrně spojité, pokud je $\mathcal{F}$ prekompaktní.
   - $\circ : \mathcal{F}_c \times \mathcal{F}_c \to U_c(X, X)$ je spojité, je-li buď X lokálně kompaktní nebo je $\mathcal{F}$ ekviuniformní;

     je stejnoměrně spojité, pokud je $\mathcal{F}$ prekompaktní.
4. Nechť $\mathcal{F}$ je množina $\mathcal{H}$ všech uniformních izomorfizmů $X \to X$.

$\Rightarrow$

Spojitost operace skládání

1. Operace skládání $\circ : \mathcal{F}_{\mathcal{S}} \times \mathcal{F}_{\mathcal{S}} \to X^X$ je spojitá pokud je buď $\mathcal{F} \subset U(X,X)$ a pro každé $S \in \mathcal{S}, f \in \mathcal{F}$ existuje $U \in \mathcal{U}$ tak, že $U[f(S)] \in \mathcal{S}$, nebo je $\mathcal{F}$ ekviuniformní a $f(S) \in \mathcal{S}$ pro každé $S \in \mathcal{S}, f \in \mathcal{F}$.
2. Operace skládání $\circ : \mathcal{F}_{\mathcal{S}} \times \mathcal{F}_{\mathcal{S}} \to X^X$ je stejnoměrně spojitá pokud je $\mathcal{F}$ ekviuniformní a $\bigcup_{\mathcal{F}}\{f(S)\} \in \mathcal{S}$ pro každé $S \in \mathcal{S}$.
3. Z předchozích dvou výsledků lze odvodit následující speciální případy:
   - $\circ : \mathcal{F}_u \times \mathcal{F}_u \to U_u(X,X)$ je vždy spojité;

     je stejnoměrně spojité, pokud je $\mathcal{F}$ ekviuniformní.
   - $\circ : \mathcal{F}_{pc} \times \mathcal{F}_{pc} \to U_{pc}(X,X)$ je spojité pokud buď každá prekompaktní podmnožina A v X má prekompaktní okolí $U[A]$ nebo je $\mathcal{F}$ ekviuniformní;

     je stejnoměrně spojité, pokud je $\mathcal{F}$ prekompaktní.
   - $\circ : \mathcal{F}_c \times \mathcal{F}_c \to U_c(X,X)$ je spojité, je-li buď X lokálně kompaktní nebo je $\mathcal{F}$ ekviuniformní;

     je stejnoměrně spojité, pokud je $\mathcal{F}$ prekompaktní.
4. Nechť $\mathcal{F}$ je množina $\mathcal{H}$ všech uniformních izomorfizmů $X \to X$.

Spojitost operace skládání

1. Operace skládání $\circ : \mathcal{F}_{\mathcal{S}} \times \mathcal{F}_{\mathcal{S}} \to X^X$ je spojitá pokud je buď $\mathcal{F} \subset U(X,X)$ a pro každé $S \in \mathcal{S}, f \in \mathcal{F}$ existuje $U \in \mathcal{U}$ tak, že $U[f(S)] \in \mathcal{S}$, nebo je $\mathcal{F}$ ekviuniformní a $f(S) \in \mathcal{S}$ pro každé $S \in \mathcal{S}, f \in \mathcal{F}$.
2. Operace skládání $\circ : \mathcal{F}_{\mathcal{S}} \times \mathcal{F}_{\mathcal{S}} \to X^X$ je stejnoměrně spojitá pokud je $\mathcal{F}$ ekviuniformní a $\bigcup_{\mathcal{F}}\{f(S)\} \in \mathcal{S}$ pro každé $S \in \mathcal{S}$.
3. Z předchozích dvou výsledků lze odvodit následující speciální případy:
   - $\circ : \mathcal{F}_u \times \mathcal{F}_u \to U_u(X,X)$ je vždy spojité;

     je stejnoměrně spojité, pokud je $\mathcal{F}$ ekviuniformní.
   - $\circ : \mathcal{F}_{pc} \times \mathcal{F}_{pc} \to U_{pc}(X,X)$ je spojité pokud buď každá prekompaktní podmnožina A v X má prekompaktní okolí $U[A]$ nebo je $\mathcal{F}$ ekviuniformní;

     je stejnoměrně spojité, pokud je $\mathcal{F}$ prekompaktní.
   - $\circ : \mathcal{F}_c \times \mathcal{F}_c \to U_c(X,X)$ je spojité, je-li buď X lokálně kompaktní nebo je $\mathcal{F}$ ekviuniformní;

     je stejnoměrně spojité, pokud je $\mathcal{F}$ prekompaktní.
4. Nechť $\mathcal{F}$ je množina $\mathcal{H}$ všech uniformních izomorfizmů $X \to X$.

Spojitost operace skládání

1. Operace skládání $\circ : \mathcal{F}_{\mathcal{S}} \times \mathcal{F}_{\mathcal{S}} \to X^X$ je spojitá pokud je buď $\mathcal{F} \subset U(X,X)$ a pro každé $S \in \mathcal{S}, f \in \mathcal{F}$ existuje $U \in \mathcal{U}$ tak, že $U[f(S)] \in \mathcal{S}$, nebo je $\mathcal{F}$ ekviuniformní a $f(S) \in \mathcal{S}$ pro každé $S \in \mathcal{S}, f \in \mathcal{F}$.
2. Operace skládání $\circ : \mathcal{F}_{\mathcal{S}} \times \mathcal{F}_{\mathcal{S}} \to X^X$ je stejnoměrně spojitá pokud je $\mathcal{F}$ ekviuniformní a $\bigcup_{\mathcal{F}}\{f(S)\} \in \mathcal{S}$ pro každé $S \in \mathcal{S}$.
3. Z předchozích dvou výsledků lze odvodit následující speciální případy:
   - $\circ : \mathcal{F}_u \times \mathcal{F}_u \to U_u(X,X)$ je vždy spojité;

     je stejnoměrně spojité, pokud je $\mathcal{F}$ ekviuniformní.
   - $\circ : \mathcal{F}_{pc} \times \mathcal{F}_{pc} \to U_{pc}(X,X)$ je spojité pokud buď každá prekompaktní podmnožina A v X má prekompaktní okolí $U[A]$ nebo je $\mathcal{F}$ ekviuniformní;

     je stejnoměrně spojité, pokud je $\mathcal{F}$ prekompaktní.
   - $\circ : \mathcal{F}_c \times \mathcal{F}_c \to U_c(X,X)$ je spojité, je-li buď X lokálně kompaktní nebo je $\mathcal{F}$ ekviuniformní;

     je stejnoměrně spojité, pokud je $\mathcal{F}$ prekompaktní.
4. Nechť $\mathcal{F}$ je množina $\mathcal{H}$ všech uniformních izomorfizmů $X \to X$.
   - Operace skládání na $\mathcal{H}_p$ nemusí být spojitá v bodě $(1_X, 1_X)$ ani pro kompaktní prostor X.
   - Není-li X lokálně kompaktní, operace skládání na $\mathcal{H}_c$ nemusí být spojitá v bodě $(1_X, 1_X)$.
   - Pro $X = \mathbb{R}$ existuje ekviuniformní množina $\mathcal{F} \subset \mathcal{H}$ tak, že operace skládání $\mathcal{F}_c \times \mathcal{F}_c \to \mathcal{H}_p$ není stejnoměrně spojitá.

Spojitost operace skládání

1. Operace skládání $\circ : \mathcal{F}_{\mathcal{S}} \times \mathcal{F}_{\mathcal{S}} \to X^X$ je spojitá pokud je buď $\mathcal{F} \subset U(X,X)$ a pro každé $S \in \mathcal{S}, f \in \mathcal{F}$ existuje $U \in \mathcal{U}$ tak, že $U[f(S)] \in \mathcal{S}$, nebo je $\mathcal{F}$ ekviuniformní a $f(S) \in \mathcal{S}$ pro každé $S \in \mathcal{S}, f \in \mathcal{F}$.
2. Operace skládání $\circ : \mathcal{F}_{\mathcal{S}} \times \mathcal{F}_{\mathcal{S}} \to X^X$ je stejnoměrně spojitá pokud je $\mathcal{F}$ ekviuniformní a $\bigcup_{\mathcal{F}}\{f(S)\} \in \mathcal{S}$ pro každé $S \in \mathcal{S}$.
3. Z předchozích dvou výsledků lze odvodit následující speciální případy:
   - $\circ : \mathcal{F}_u \times \mathcal{F}_u \to U_u(X,X)$ je vždy spojité;

     je stejnoměrně spojité, pokud je $\mathcal{F}$ ekviuniformní.
   - $\circ : \mathcal{F}_{pc} \times \mathcal{F}_{pc} \to U_{pc}(X,X)$ je spojité pokud buď každá prekompaktní podmnožina A v X má prekompaktní okolí $U[A]$ nebo je $\mathcal{F}$ ekviuniformní;

     je stejnoměrně spojité, pokud je $\mathcal{F}$ prekompaktní.
   - $\circ : \mathcal{F}_c \times \mathcal{F}_c \to U_c(X,X)$ je spojité, je-li buď X lokálně kompaktní nebo je $\mathcal{F}$ ekviuniformní;

     je stejnoměrně spojité, pokud je $\mathcal{F}$ prekompaktní.
4. Nechť $\mathcal{F}$ je množina $\mathcal{H}$ všech uniformních izomorfizmů $X \to X$.
   - Operace skládání na $\mathcal{H}_p$ nemusí být spojitá v bodě $(1_X, 1_X)$ ani pro kompaktní prostor X.
   - Není-li X lokálně kompaktní, operace skládání na $\mathcal{H}_c$ nemusí být spojitá v bodě $(1_X, 1_X)$.
   - Pro $X = \mathbb{R}$ existuje ekviuniformní množina $\mathcal{F} \subset \mathcal{H}$ tak, že operace skládání $\mathcal{F}_c \times \mathcal{F}_c \to \mathcal{H}_p$ není stejnoměrně spojitá.

$\Longrightarrow$

Spojitost operace skládání

1. Operace skládání $\circ : \mathcal{F}_{\mathcal{S}} \times \mathcal{F}_{\mathcal{S}} \to X^X$ je spojitá pokud je buď $\mathcal{F} \subset U(X,X)$ a pro každé $S \in \mathcal{S}, f \in \mathcal{F}$ existuje $U \in \mathcal{U}$ tak, že $U[f(S)] \in \mathcal{S}$, nebo je $\mathcal{F}$ ekviuniformní a $f(S) \in \mathcal{S}$ pro každé $S \in \mathcal{S}, f \in \mathcal{F}$.
2. Operace skládání $\circ : \mathcal{F}_{\mathcal{S}} \times \mathcal{F}_{\mathcal{S}} \to X^X$ je stejnoměrně spojitá pokud je $\mathcal{F}$ ekviuniformní a $\bigcup_{\mathcal{F}}\{f(S)\} \in \mathcal{S}$ pro každé $S \in \mathcal{S}$.
3. Z předchozích dvou výsledků lze odvodit následující speciální případy:
   - $\circ : \mathcal{F}_u \times \mathcal{F}_u \to U_u(X,X)$ je vždy spojité;

     je stejnoměrně spojité, pokud je $\mathcal{F}$ ekviuniformní.
   - $\circ : \mathcal{F}_{pc} \times \mathcal{F}_{pc} \to U_{pc}(X,X)$ je spojité pokud buď každá prekompaktní podmnožina A v X má prekompaktní okolí $U[A]$ nebo je $\mathcal{F}$ ekviuniformní;

     je stejnoměrně spojité, pokud je $\mathcal{F}$ prekompaktní.
   - $\circ : \mathcal{F}_c \times \mathcal{F}_c \to U_c(X,X)$ je spojité, je-li buď X lokálně kompaktní nebo je $\mathcal{F}$ ekviuniformní;

     je stejnoměrně spojité, pokud je $\mathcal{F}$ prekompaktní.
4. Nechť $\mathcal{F}$ je množina $\mathcal{H}$ všech uniformních izomorfizmů $X \to X$.
   - Operace skládání na $\mathcal{H}_p$ nemusí být spojitá v bodě $(1_X, 1_X)$ ani pro kompaktní prostor X.
   - Není-li X lokálně kompaktní, operace skládání na $\mathcal{H}_c$ nemusí být spojitá v bodě $(1_X, 1_X)$.
   - Pro $X = \mathbb{R}$ existuje ekviuniformní množina $\mathcal{F} \subset \mathcal{H}$ tak, že operace skládání $\mathcal{F}_c \times \mathcal{F}_c \to \mathcal{H}_p$ není stejnoměrně spojitá.

$\Longrightarrow$

Spojitost operace skládání

1. Operace skládání $\circ : \mathcal{F}_\mathcal{S} \times \mathcal{F}_\mathcal{S} \to X^X$ je spojitá pokud je buď $\mathcal{F} \subset U(X,X)$ a pro každé $S \in \mathcal{S}, f \in \mathcal{F}$ existuje $U \in \mathcal{U}$ tak, že $U[f(S)] \in \mathcal{S}$, nebo je $\mathcal{F}$ ekviuniformní a $f(S) \in \mathcal{S}$ pro každé $S \in \mathcal{S}, f \in \mathcal{F}$.
2. Operace skládání $\circ : \mathcal{F}_\mathcal{S} \times \mathcal{F}_\mathcal{S} \to X^X$ je stejnoměrně spojitá pokud je $\mathcal{F}$ ekviuniformní a $\bigcup_\mathcal{F}\{f(S)\} \in \mathcal{S}$ pro každé $S \in \mathcal{S}$.
3. Z předchozích dvou výsledků lze odvodit následující speciální případy:
   - $\circ : \mathcal{F}_u \times \mathcal{F}_u \to U_u(X,X)$ je vždy spojité;

     je stejnoměrně spojité, pokud je $\mathcal{F}$ ekviuniformní.
   - $\circ : \mathcal{F}_{pc} \times \mathcal{F}_{pc} \to U_{pc}(X,X)$ je spojité pokud buď každá prekompaktní podmnožina A v X má prekompaktní okolí $U[A]$ nebo je $\mathcal{F}$ ekviuniformní;

     je stejnoměrně spojité, pokud je $\mathcal{F}$ prekompaktní.
   - $\circ : \mathcal{F}_c \times \mathcal{F}_c \to U_c(X,X)$ je spojité, je-li buď X lokálně kompaktní nebo je $\mathcal{F}$ ekviuniformní;

     je stejnoměrně spojité, pokud je $\mathcal{F}$ prekompaktní.
4. Nechť $\mathcal{F}$ je množina $\mathcal{H}$ všech uniformních izomorfizmů $X \to X$.
   - Operace skládání na $\mathcal{H}_p$ nemusí být spojitá v bodě $(1_X, 1_X)$ ani pro kompaktní prostor X.
   - Není-li X lokálně kompaktní, operace skládání na $\mathcal{H}_c$ nemusí být spojitá v bodě $(1_X, 1_X)$.
   - Pro $X = \mathbb{R}$ existuje ekviuniformní množina $\mathcal{F} \subset \mathcal{H}$ tak, že operace skládání $\mathcal{F}_c \times \mathcal{F}_c \to \mathcal{H}_p$ není stejnoměrně spojitá.

$\Longrightarrow$

Pokud je $\mathcal{F} \subset X^X$ množina bijekcí (prostých zobrazení na), lze uvažovat i inverzní zobrazení $inv = \{f \rightsquigarrow f^{-1}\}$. Podobně, jako u skládání, i pro inverzi je jeho spojitost nebo stejnoměrná spojitost v úzké souvislosti s ekviuniformní vlastností $\mathcal{F}$. Tvrzení jsou velmi podobná těm pro skládání.

Existuje ještě jiný pojem vlastnosti skládání, který je značně jiný než ten předchozí. Neprázdná podmnožina $\mathcal{F} \subset \mathbb{R}^X$ má (uniformní) vlastnost skládání, jestliže pro každou konečnou podmnožinu v $\mathcal{F}$, řekněme $f_1, \dots, f_n$, a pro každou (stejnoměrně) spojitou funkci $g : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ je $g \circ (f_1 \times \dots \times f_n) = \{x \rightsquigarrow g(f_1(x), \dots f_n(x))\} : X \to \mathbb{R}$ prvkem $\mathcal{F}$.

Má-li $\mathcal{F}$ vlastnost skládání, je podalgebrou a podsvazem v $C(X)$ obsahující všechny konstanty. Naopak, je-li $\mathcal{F}$ uzavřená podalgebra v $U_u^*(X)$ (nebo v $U_{pc}(X)$) obsahující všechny konstanty, má vlastnost skládání.

Pokud je $\mathcal{F} \subset X^X$ množina bijekcí (prostých zobrazení na), lze uvažovat i inverzní zobrazení $inv = \{f \rightsquigarrow f^{-1}\}$. Podobně, jako u skládání, i pro inverzi je jeho spojitost nebo stejnoměrná spojitost v úzké souvislosti s ekviuniformní vlastností $\mathcal{F}$. Tvrzení jsou velmi podobná těm pro skládání.

Existuje ještě jiný pojem vlastnosti skládání, který je značně jiný než ten předchozí. Neprázdná podmnožina $\mathcal{F} \subset \mathbb{R}^X$ má (uniformní) vlastnost skládání, jestliže pro každou konečnou podmnožinu v $\mathcal{F}$, řekněme $f_1, \ldots, f_n$, a pro každou (stejnoměrně) spojitou funkci $g : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ je $g \circ (f_1 \times \ldots \times f_n) = \{x \rightsquigarrow g(f_1(x), \ldots f_n(x))\} : X \to \mathbb{R}$ prvkem $\mathcal{F}$.

Má-li $\mathcal{F}$ vlastnost skládání, je podalgebrou a podsvazem v $C(X)$ obsahující všechny konstanty. Naopak, je-li $\mathcal{F}$ uzavřená podalgebra v $U_u^*(X)$ (nebo v $U_{pc}(X)$) obsahující všechny konstanty, má vlastnost skládání.

Pokud je $\mathcal{F} \subset X^X$ množina bijekcí (prostých zobrazení na), lze uvažovat i inverzní zobrazení $inv = \{f \rightsquigarrow f^{-1}\}$. Podobně, jako u skládání, i pro inverzi je jeho spojitost nebo stejnoměrná spojitost v úzké souvislosti s ekviuniformní vlastností $\mathcal{F}$. Tvrzení jsou velmi podobná těm pro skládání.

Existuje ještě jiný pojem vlastnosti skládání, který je značně jiný než ten předchozí. Neprázdná podmnožina $\mathcal{F} \subset \mathbb{R}^X$ má (uniformní) vlastnost skládání, jestliže pro každou konečnou podmnožinu v $\mathcal{F}$, řekněme $f_1, \ldots, f_n$, a pro každou (stejnoměrně) spojitou funkci $g : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ je $g \circ (f_1 \times \ldots \times f_n) = \{x \rightsquigarrow g(f_1(x), \ldots f_n(x))\} : X \to \mathbb{R}$ prvkem $\mathcal{F}$.

Má-li $\mathcal{F}$ vlastnost skládání, je podalgebrou a podsvazem v $C(X)$ obsahující všechny konstanty. Naopak, je-li $\mathcal{F}$ uzavřená podalgebra v $U_u^*(X)$ (nebo v $U_{pc}(X)$) obsahující všechny konstanty, má vlastnost skládání.

Stejnoměrně spojitá omezená pseudometrika d na podmnožině A uniformního prostoru X je stejnoměrnou omezenou reálnou funkcí na $A \times A$ a lze tedy rozšířit na stejnoměrně spojitou reálnou omezenou funkci na $X \times X$. Ovšem, toto rozšíření nemusí už mít vlastnosti pseudometriky. Pokud se celý postup provede opatrně s ohledem na axiómy pseudometrik, bude i ono rozšíření pseudometrikou.

TVRZENÍ (Rozšíření pseudometrik)

Nechť X je uniformní prostor a d je pseudometrika na podmnožině $A \subset X$. Je-li d omezená a stejnoměrně spojitá na $A \times A$, existuje stejnoměrně spojitá pseudometrika D na X rozšiřující d.

Ekvivalentní formulací je tento tvar: *Nechť X je metrizovatelný uniformní prostor a d je pseudometrika na podmnožině $A \subset X$ vytvářející uniformitu podprostoru A. Pak existuje uniformita D na X vytvářející uniformitu na X a rozšiřující d.*

Podobná tvrzení platí i pro spojité pseudometriky (pak lze rozšířit i neomezené pseudometriky).

TVRZENÍ (Rozšíření pseudometrik)

Nechť X je uniformní prostor a d je pseudometrika na podmnožině $A \subset X$. Je-li d omezená a stejnoměrně spojitá na $A \times A$, existuje stejnoměrně spojitá pseudometrika D na X rozšiřující d.

Ekvivalentní formulací je tento tvar: *Nechť X je metrizovatelný uniformní prostor a d je pseudometrika na podmnožině $A \subset X$ vytvářející uniformitu podprostoru A. Pak existuje uniformita D na X vytvářející uniformitu na X a rozšiřující d.*

Podobná tvrzení platí i pro spojité pseudometriky (pak lze rozšířit i neomezené pseudometriky).

TVRZENÍ (Rozšíření pseudometrik)

Nechť X je uniformní prostor a d je pseudometrika na podmnožině $A \subset X$. Je-li d omezená a stejnoměrně spojitá na $A \times A$, existuje stejnoměrně spojitá pseudometrika D na X rozšiřující d.

Ekvivalentní formulací je tento tvar: *Nechť X je metrizovatelný uniformní prostor a d je pseudometrika na podmnožině $A \subset X$ vytvářející uniformitu podprostoru A. Pak existuje uniformita D na X vytvářející uniformitu na X a rozšiřující d.*

Podobná tvrzení platí i pro spojité pseudometriky (pak lze rozšířit i neomezené pseudometriky).

TVRZENÍ (Rozšíření pseudometrik)

Nechť X je uniformní prostor a d je pseudometrika na podmnožině $A \subset X$. Je-li d omezená a stejnoměrně spojitá na $A \times A$, existuje stejnoměrně spojitá pseudometrika D na X rozšiřující d.

Ekvivalentní formulací je tento tvar: *Nechť X je metrizovatelný uniformní prostor a d je pseudometrika na podmnožině $A \subset X$ vytvářející uniformitu podprostoru A. Pak existuje uniformita D na X vytvářející uniformitu na X a rozšiřující d.*

Podobná tvrzení platí i pro spojité pseudometriky (pak lze rozšířit i neomezené pseudometriky).

U rozšiřování jsme zatím stále hovořili o reálných funkcích. Lze (stejnoměrně) spojitě rozšiřovat i zobrazení do jiných prostorů, než jsou podprostory $\mathbb{R}$? Do obecných prostorů to určitě nepůjde (i když Hausdorff sestrojil spojitá rozšíření z podprostoru metrického prostoru do libovolného metrického prostoru – ale tento libovolný obor hodnot se musel také rozšířit).

DEFINICE (Injektivní prostory)

Uniformní prostor I se nazývá injektivní, jestliže každé stejnoměrně spojité zobrazení z podprostoru uniformního prostoru do I se dá rozšířit stejnoměrně spojitě na celý prostor.

DEFINICE (Injektivní prostory)

Uniformní prostor I se nazývá injektivní, jestliže každé stejnoměrně spojité zobrazení z podprostoru uniformního prostoru do I se dá rozšířit stejnoměrně spojitě na celý prostor.

DEFINICE (Injektivní prostory)

Uniformní prostor I se nazývá injektivní, jestliže každé stejnoměrně spojité zobrazení z podprostoru uniformního prostoru do I se dá rozšířit stejnoměrně spojitě na celý prostor.

Podle Katětovovy věty je každý uzavřený omezený interval v $\mathbb{R}$ injektivní. Každý indiskrétní prostor ke injektivní.

DEFINICE (Injektivní prostory)

Uniformní prostor I se nazývá injektivní, jestliže každé stejnoměrně spojité zobrazení z podprostoru uniformního prostoru do I se dá rozšířit stejnoměrně spojitě na celý prostor.

1. Každý injektivní prostor je úplný.
2. Každý injektivní prostor je souvislý (tj. spojitá zobrazení na něm do $\mathbb{N}$ jsou jen konstanty).
3. Třída injektivních prostorů je uzavřená na součiny a retrakty.
4. Je-li I injektivní, je i $(I^X)_u$ injektivní (pro libovolnou množinu X).
5. Injektivní prostor je retraktem každého uniformního prostoru, do kterého je vnořen.
6. Každý uniformní prostor lze vnořit do injektivního prostoru.

Jako důsledky předchozích tvrzení dostáváme např., že každý absolutní retrakt (tj. retrakt mocniny $[0, 1]^\kappa$) je injektivní (a každý kompaktní injektivní prostor je absolutním retraktem). Jednotková koule v $(\mathbb{R}^X)_u$ je injektivní. (Jednotkové koule v mnoha Banachových prostorech jsou injektivní.) Reálná čísla, ani jiné nedegenerované normované prostory, nejsou injektivní. Každý metrizovatelný ježek je injektivní.

DEFINICE (Injektivní prostory)

Uniformní prostor I se nazývá injektivní, jestliže každé stejnoměrně spojité zobrazení z podprostoru uniformního prostoru do I se dá rozšířit stejnoměrně spojitě na celý prostor.

1. Každý injektivní prostor je úplný.
2. Každý injektivní prostor je souvislý (tj. spojitá zobrazení na něm do $\mathbb{N}$ jsou jen konstanty).
3. Třída injektivních prostorů je uzavřená na součiny a retrakty.
4. Je-li I injektivní, je i $(I^X)_u$ injektivní (pro libovolnou množinu X).
5. Injektivní prostor je retraktem každého uniformního prostoru, do kterého je vnořen.
6. Každý uniformní prostor lze vnořit do injektivního prostoru.

Jako důsledky předchozích tvrzení dostáváme např., že každý absolutní retrakt (tj. retrakt mocniny $[0,1]^\kappa$) je injektivní (a každý kompaktní injektivní prostor je absolutním retraktem). Jednotková koule v $(\mathbb{R}^X)_u$ je injektivní. (Jednotkové koule v mnoha Banachových prostorech jsou injektivní.) Reálná čísla, ani jiné nedegenerované normované prostory, nejsou injektivní. Každý metrizovatelný ježek je injektivní.

DEFINICE (Injektivní prostory)

Uniformní prostor I se nazývá injektivní, jestliže každé stejnoměrně spojité zobrazení z podprostoru uniformního prostoru do I se dá rozšířit stejnoměrně spojitě na celý prostor.

1. Každý injektivní prostor je úplný.
2. Každý injektivní prostor je souvislý (tj. spojitá zobrazení na něm do $\mathbb{N}$ jsou jen konstanty).
3. Třída injektivních prostorů je uzavřená na součiny a retrakty.
4. Je-li I injektivní, je i $(I^X)_u$ injektivní (pro libovolnou množinu X).
5. Injektivní prostor je retraktem každého uniformního prostoru, do kterého je vnořen.
6. Každý uniformní prostor lze vnořit do injektivního prostoru.

Jako důsledky předchozích tvrzení dostáváme např., že každý absolutní retrakt (tj. retrakt mocniny $[0,1]^\kappa$) je injektivní (a každý kompaktní injektivní prostor je absolutním retraktem). Jednotková koule v $(\mathbb{R}^X)_u$ je injektivní. (Jednotkové koule v mnoha Banachových prostorech jsou injektivní.) Reálná čísla, ani jiné nedegenerované normované prostory, nejsou injektivní. Každý metrizovatelný ježek je injektivní.

DEFINICE (Injektivní prostory)

Uniformní prostor I se nazývá injektivní, jestliže každé stejnoměrně spojité zobrazení z podprostoru uniformního prostoru do I se dá rozšířit stejnoměrně spojitě na celý prostor.

1. Každý injektivní prostor je úplný.
2. Každý injektivní prostor je souvislý (tj. spojitá zobrazení na něm do $\mathbb{N}$ jsou jen konstanty).
3. Třída injektivních prostorů je uzavřená na součiny a retrakty.
4. Je-li I injektivní, je i $(I^X)_u$ injektivní (pro libovolnou množinu X).
5. Injektivní prostor je retraktem každého uniformního prostoru, do kterého je vnořen.
6. Každý uniformní prostor lze vnořit do injektivního prostoru.

Jako důsledky předchozích tvrzení dostáváme např., že každý absolutní retrakt (tj. retrakt mocniny $[0,1]^\kappa$) je injektivní (a každý kompaktní injektivní prostor je absolutním retraktem). Jednotková koule v $(\mathbb{R}^X)_u$ je injektivní. (Jednotkové koule v mnoha Banachových prostorech jsou injektivní.) Reálná čísla, ani jiné nedegenerované normované prostory, nejsou injektivní. Každý metrizovatelný ježek je injektivní.

DEFINICE (Injektivní prostory)

Uniformní prostor I se nazývá injektivní, jestliže každé stejnoměrně spojité zobrazení z podprostoru uniformního prostoru do I se dá rozšířit stejnoměrně spojitě na celý prostor.

1. Každý injektivní prostor je úplný.
2. Každý injektivní prostor je souvislý (tj. spojitá zobrazení na něm do $\mathbb{N}$ jsou jen konstanty).
3. Třída injektivních prostorů je uzavřená na součiny a retrakty.
4. Je-li I injektivní, je i $(I^X)_u$ injektivní (pro libovolnou množinu X).
5. Injektivní prostor je retraktem každého uniformního prostoru, do kterého je vnořen.
6. Každý uniformní prostor lze vnořit do injektivního prostoru.

Jako důsledky předchozích tvrzení dostáváme např., že každý absolutní retrakt (tj. retrakt mocniny $[0,1]^{\kappa}$) je injektivní (a každý kompaktní injektivní prostor je absolutním retraktem). Jednotková koule v $(\mathbb{R}^X)_u$ je injektivní. (Jednotkové koule v mnoha Banachových prostorech jsou injektivní.) Reálná čísla, ani jiné nedegenerované normované prostory, nejsou injektivní. Každý metrizovatelný ježek je injektivní.

DEFINICE (Injektivní prostory)

Uniformní prostor I se nazývá injektivní, jestliže každé stejnoměrně spojité zobrazení z podprostoru uniformního prostoru do I se dá rozšířit stejnoměrně spojitě na celý prostor.

1. Každý injektivní prostor je úplný.
2. Každý injektivní prostor je souvislý (tj. spojitá zobrazení na něm do $\mathbb{N}$ jsou jen konstanty).
3. Třída injektivních prostorů je uzavřená na součiny a retrakty.
4. Je-li I injektivní, je i $(I^X)_u$ injektivní (pro libovolnou množinu X).
5. Injektivní prostor je retraktem každého uniformního prostoru, do kterého je vnořen.
6. Každý uniformní prostor lze vnořit do injektivního prostoru.

Jako důsledky předchozích tvrzení dostáváme např., že každý absolutní retrakt (tj. retrakt mocniny $[0,1]^\kappa$) je injektivní (a každý kompaktní injektivní prostor je absolutním retraktem). Jednotková koule v $(\mathbb{R}^X)_u$ je injektivní. (Jednotkové koule v mnoha Banachových prostorech jsou injektivní.) Reálná čísla, ani jiné nedegenerované normované prostory, nejsou injektivní. Každý metrizovatelný ježek je injektivní.

DEFINICE (Injektivní prostory)

Uniformní prostor I se nazývá injektivní, jestliže každé stejnoměrně spojité zobrazení z podprostoru uniformního prostoru do I se dá rozšířit stejnoměrně spojitě na celý prostor.

1. Každý injektivní prostor je úplný.
2. Každý injektivní prostor je souvislý (tj. spojitá zobrazení na něm do $\mathbb{N}$ jsou jen konstanty).
3. Třída injektivních prostorů je uzavřená na součiny a retrakty.
4. Je-li I injektivní, je i $(I^X)_u$ injektivní (pro libovolnou množinu X).
5. Injektivní prostor je retraktem každého uniformního prostoru, do kterého je vnořen.
6. Každý uniformní prostor lze vnořit do injektivního prostoru.

Jako důsledky předchozích tvrzení dostáváme např., že každý absolutní retrakt (tj. retrakt mocniny $[0,1]^\kappa$) je injektivní (a každý kompaktní injektivní prostor je absolutním retraktem). Jednotková koule v $(\mathbb{R}^X)_u$ je injektivní. (Jednotkové koule v mnoha Banachových prostorech jsou injektivní.) Reálná čísla, ani jiné nedegenerované normované prostory, nejsou injektivní. Každý metrizovatelný ježek je injektivní.