2. KONSTRUKCE

Cvičení

Miroslav Hušek, Pavel Pyrih

KMA MFF UK

2008

Množina topologií na X

1. Topologie $\mathcal{G}$ je jemnější než topologie $\mathcal{H}$ (obě topologie na množině X) právě když identické zobrazení $(X, \mathcal{G}) \to (X, \mathcal{H})$ je spojité.
   (Tato charakterizace nepoužívá body nebo podmnožiny X a je jí tedy možné použít pro definici v bezbodových situacích. Šipka udává směr uspořádání topologií – to je hlavní důvod pro naši volbu uspořádání topologií pomocí *obrácené* inkluze.)
2. Ukažte, že právě prostory s jedním hromadným bodem vytvořeným ultrafiltrem jsou atomy v uspořádání topologií (tj., nejsou diskrétní a každá různá jemnější topologie už je diskrétní).
3. Dokažte, že každý topologický prostor je supremem prostorů s nejvýše jedním hromadným bodem (dokonce lze předpokládat, že jsou určeny ultrafiltry).

Množina topologií na X

1. Topologie $\mathcal{G}$ je jemnější než topologie $\mathcal{H}$ (obě topologie na množině X) právě když identické zobrazení $(X, \mathcal{G}) \to (X, \mathcal{H})$ je spojité.
   (Tato charakterizace nepoužívá body nebo podmnožiny X a je jí tedy možné použít pro definici v bezbodových situacích. Šipka udává směr uspořádání topologií – to je hlavní důvod pro naši volbu uspořádání topologií pomocí *obrácené* inkluze.)
2. Ukažte, že právě prostory s jedním hromadným bodem vytvořeným ultrafiltrem jsou atomy v uspořádání topologií (tj., nejsou diskrétní a každá různá jemnější topologie už je diskrétní).
3. Dokažte, že každý topologický prostor je supremem prostorů s nejvýše jedním hromadným bodem (dokonce lze předpokládat, že jsou určeny ultrafiltry).

Množina topologií na X

1. Topologie $\mathcal{G}$ je jemnější než topologie $\mathcal{H}$ (obě topologie na množině X) právě když identické zobrazení $(X, \mathcal{G}) \to (X, \mathcal{H})$ je spojité.
   (Tato charakterizace nepoužívá body nebo podmnožiny X a je jí tedy možné použít pro definici v bezbodových situacích. Šipka udává směr uspořádání topologií – to je hlavní důvod pro naši volbu uspořádání topologií pomocí *obrácené* inkluze.)
2. Ukažte, že právě prostory s jedním hromadným bodem vytvořeným ultrafiltrem jsou atomy v uspořádání topologií (tj., nejsou diskrétní a každá různá jemnější topologie už je diskrétní).
3. Dokažte, že každý topologický prostor je supremem prostorů s nejvýše jedním hromadným bodem (dokonce lze předpokládat, že jsou určeny ultrafiltry).

Množina topologií na X

1. Topologie $\mathcal{G}$ je jemnější než topologie $\mathcal{H}$ (obě topologie na množině X) právě když identické zobrazení $(X, \mathcal{G}) \to (X, \mathcal{H})$ je spojité.
   (Tato charakterizace nepoužívá body nebo podmnožiny X a je jí tedy možné použít pro definici v bezbodových situacích. Šipka udává směr uspořádání topologií – to je hlavní důvod pro naši volbu uspořádání topologií pomocí *obrácené* inkluze.)
2. Ukažte, že právě prostory s jedním hromadným bodem vytvořeným ultrafiltrem jsou atomy v uspořádání topologií (tj., nejsou diskrétní a každá různá jemnější topologie už je diskrétní).
3. Dokažte, že každý topologický prostor je supremem prostorů s nejvýše jedním hromadným bodem (dokonce lze předpokládat, že jsou určeny ultrafiltry).

Množina topologií na X

1. Určete koatomy v uspořádání topologií (tj. prostory, které nejsou indiskrétní ale každý různý hrubší prostor už je indiskrétní. Je každý prostor infimem těchto koatomů?

V další části této části je $\{\mathcal{G}_a\}_A$ soubor topologií $\{\mathcal{G}_a\}_A$ na množině X, $\mathcal{G}$ jeho infimum a $\mathcal{H}$ jeho supremum.

2. V důkazu věty o úplnosti svazu topologií bylo popsáno supremum $\mathcal{H} = \bigcap_A \mathcal{G}_a$. Infimum $\mathcal{G}$ těchto topologií není obecně jejich sjednocení – ukažte, že sjednocení soustavy topologií na dané množině je subbáze topologie $\mathcal{G}$.
3. Najděte příklad, že $\bigcup_A \mathcal{G}_a$ není bází topologie $\mathcal{G}$.
4. Ukažte, že $\mathcal{G} = \bigcup_A \mathcal{G}_a$ pokud je daná soustava usměrněná směrem dolů.
5. Soustava okolí bodu x v topologii $\mathcal{H}$ je průnikem soustav okolí bodu x v topologiích $\mathcal{G}_a$.
6. Soustava okolí bodu x v topologii $\mathcal{G}$ má za subbázi sjednocení soustav okolí bodu x v topologiích $\mathcal{G}_a$.
7. Ukažte, že uzávěr u infima souboru topologií $\{\mathcal{G}_a\}_A$ na množině X je roven $uP = \bigcap_A u_a P$, kde u_a je uzávěr topologie $\mathcal{G}_a$. Pro supremum sjednocení uzávěrů obecně nesplňuje 4vlastnost uzávěrů..
8. Dokažte, že usměrněný soubor S konverguje v $(X, \mathcal{G})$ k bodu x právě když konverguje k x v každé topologii $\mathcal{G}_a$, $a \in A$. Pro suprema topologií neexistuje žádná vhodná charakterizace pomocí konvergence.

Množina topologií na X

1. Určete koatomy v uspořádání topologií (tj. prostory, které nejsou indiskrétní ale každý různý hrubší prostor už je indiskrétní. Je každý prostor infimem těchto koatomů?

V další části této části je $\{\mathcal{G}_a\}_A$ soubor topologií $\{\mathcal{G}_a\}_A$ na množině X, $\mathcal{G}$ jeho infimum a $\mathcal{H}$ jeho supremum.

2. V důkazu věty o úplnosti svazu topologií bylo popsáno supremum $\mathcal{H} = \bigcap_A \mathcal{G}_a$. Infimum $\mathcal{G}$ těchto topologií není obecně jejich sjednocení – ukažte, že sjednocení soustavy topologií na dané množině je subbáze topologie $\mathcal{G}$.
3. Najděte příklad, že $\bigcup_A \mathcal{G}_a$ není bází topologie $\mathcal{G}$.
4. Ukažte, že $\mathcal{G} = \bigcup_A \mathcal{G}_a$ pokud je daná soustava usměrněná směrem dolů.
5. Soustava okolí bodu x v topologii $\mathcal{H}$ je průnikem soustav okolí bodu x v topologiích $\mathcal{G}_a$.
6. Soustava okolí bodu x v topologii $\mathcal{G}$ má za subbázi sjednocení soustav okolí bodu x v topologiích $\mathcal{G}_a$.
7. Ukažte, že uzávěr u infima souboru topologií $\{\mathcal{G}_a\}_A$ na množině X je roven $uP = \bigcap_A u_a P$, kde u_a je uzávěr topologie $\mathcal{G}_a$. Pro supremum sjednocení uzávěrů obecně nesplňuje 4vlastnost uzávěrů..
8. Dokažte, že usměrněný soubor S konverguje v $(X, \mathcal{G})$ k bodu x právě když konverguje k x v každé topologii $\mathcal{G}_a$, $a \in A$. Pro suprema topologií neexistuje žádná vhodná charakterizace pomocí konvergence.

Množina topologií na X

1. Určete koatomy v uspořádání topologií (tj. prostory, které nejsou indiskrétní ale každý různý hrubší prostor už je indiskrétní. Je každý prostor infimem těchto koatomů?

V další části této části je $\{\mathcal{G}_a\}_A$ soubor topologií $\{\mathcal{G}_a\}_A$ na množině X, $\mathcal{G}$ jeho infimum a $\mathcal{H}$ jeho supremum.

2. V důkazu věty o úplnosti svazu topologií bylo popsáno supremum $\mathcal{H} = \bigcap_A \mathcal{G}_a$. Infimum $\mathcal{G}$ těchto topologií není obecně jejich sjednocení – ukažte, že sjednocení soustavy topologií na dané množině je subbáze topologie $\mathcal{G}$.

3. Najděte příklad, že $\bigcup_A \mathcal{G}_a$ není bází topologie $\mathcal{G}$.

4. Ukažte, že $\mathcal{G} = \bigcup_A \mathcal{G}_a$ pokud je daná soustava usměrněná směrem dolů.

5. Soustava okolí bodu x v topologii $\mathcal{H}$ je průnikem soustav okolí bodu x v topologiích $\mathcal{G}_a$.

6. Soustava okolí bodu x v topologii $\mathcal{G}$ má za subbázi sjednocení soustav okolí bodu x v topologiích $\mathcal{G}_a$.

7. Ukažte, že uzávěr u infima souboru topologií $\{\mathcal{G}_a\}_A$ na množině X je roven $uP = \bigcap_A u_a P$, kde u_a je uzávěr topologie $\mathcal{G}_a$. Pro supremum sjednocení uzávěrů obecně nesplňuje 4vlastnost uzávěrů..

8. Dokažte, že usměrněný soubor S konverguje v $(X, \mathcal{G})$ k bodu x právě když konverguje k x v každé topologii $\mathcal{G}_a$, $a \in A$. Pro suprema topologií neexistuje žádná vhodná charakterizace pomocí konvergence.

Množina topologií na X

1. Určete koatomy v uspořádání topologií (tj. prostory, které nejsou indiskrétní ale každý různý hrubší prostor už je indiskrétní. Je každý prostor infimem těchto koatomů?

V další části této části je $\{\mathcal{G}_a\}_A$ soubor topologií $\{\mathcal{G}_a\}_A$ na množině X, $\mathcal{G}$ jeho infimum a $\mathcal{H}$ jeho supremum.

2. V důkazu věty o úplnosti svazu topologií bylo popsáno supremum $\mathcal{H} = \bigcap_A \mathcal{G}_a$. Infimum $\mathcal{G}$ těchto topologií není obecně jejich sjednocení – ukažte, že sjednocení soustavy topologií na dané množině je subbáze topologie $\mathcal{G}$.
3. Najděte příklad, že $\bigcup_A \mathcal{G}_a$ není bází topologie $\mathcal{G}$.
4. Ukažte, že $\mathcal{G} = \bigcup_A \mathcal{G}_a$ pokud je daná soustava usměrněná směrem dolů.
5. Soustava okolí bodu x v topologii $\mathcal{H}$ je průnikem soustav okolí bodu x v topologiích $\mathcal{G}_a$.
6. Soustava okolí bodu x v topologii $\mathcal{G}$ má za subbázi sjednocení soustav okolí bodu x v topologiích $\mathcal{G}_a$.
7. Ukažte, že uzávěr u infima souboru topologií $\{\mathcal{G}_a\}_A$ na množině X je roven $uP = \bigcap_A u_a P$, kde u_a je uzávěr topologie $\mathcal{G}_a$. Pro supremum sjednocení uzávěrů obecně nesplňuje 4vlastnost uzávěrů..
8. Dokažte, že usměrněný soubor S konverguje v $(X, \mathcal{G})$ k bodu x právě když konverguje k x v každé topologii $\mathcal{G}_a$, $a \in A$. Pro suprema topologií neexistuje žádná vhodná charakterizace pomocí konvergence.

Množina topologií na X

1. Určete koatomy v uspořádání topologií (tj. prostory, které nejsou indiskrétní ale každý různý hrubší prostor už je indiskrétní. Je každý prostor infimem těchto koatomů?

V další části této části je $\{\mathcal{G}_a\}_A$ soubor topologií $\{\mathcal{G}_a\}_A$ na množině X, $\mathcal{G}$ jeho infimum a $\mathcal{H}$ jeho supremum.

2. V důkazu věty o úplnosti svazu topologií bylo popsáno supremum $\mathcal{H} = \bigcap_A \mathcal{G}_a$. Infimum $\mathcal{G}$ těchto topologií není obecně jejich sjednocení – ukažte, že sjednocení soustavy topologií na dané množině je subbáze topologie $\mathcal{G}$.
3. Najděte příklad, že $\bigcup_A \mathcal{G}_a$ není bází topologie $\mathcal{G}$.
4. Ukažte, že $\mathcal{G} = \bigcup_A \mathcal{G}_a$ pokud je daná soustava usměrněná směrem dolů.
5. Soustava okolí bodu x v topologii $\mathcal{H}$ je průnikem soustav okolí bodu x v topologiích $\mathcal{G}_a$.
6. Soustava okolí bodu x v topologii $\mathcal{G}$ má za subbázi sjednocení soustav okolí bodu x v topologiích $\mathcal{G}_a$.
7. Ukažte, že uzávěr u infima souboru topologií $\{\mathcal{G}_a\}_A$ na množině X je roven $uP = \bigcap_A u_a P$, kde u_a je uzávěr topologie $\mathcal{G}_a$. Pro supremum sjednocení uzávěrů obecně nesplňuje 4vlastnost uzávěrů..
8. Dokažte, že usměrněný soubor S konverguje v $(X, \mathcal{G})$ k bodu x právě když konverguje k x v každé topologii $\mathcal{G}_a$, $a \in A$. Pro suprema topologií neexistuje žádná vhodná charakterizace pomocí konvergence.

Množina topologií na X

1. Určete koatomy v uspořádání topologií (tj. prostory, které nejsou indiskrétní ale každý různý hrubší prostor už je indiskrétní. Je každý prostor infimem těchto koatomů?

V další části této části je $\{\mathcal{G}_a\}_A$ soubor topologií $\{\mathcal{G}_a\}_A$ na množině X, $\mathcal{G}$ jeho infimum a $\mathcal{H}$ jeho supremum.

2. V důkazu věty o úplnosti svazu topologií bylo popsáno supremum $\mathcal{H} = \bigcap_A \mathcal{G}_a$. Infimum $\mathcal{G}$ těchto topologií není obecně jejich sjednocení – ukažte, že sjednocení soustavy topologií na dané množině je subbáze topologie $\mathcal{G}$.
3. Najděte příklad, že $\bigcup_A \mathcal{G}_a$ není bází topologie $\mathcal{G}$.
4. Ukažte, že $\mathcal{G} = \bigcup_A \mathcal{G}_a$ pokud je daná soustava usměrněná směrem dolů.
5. Soustava okolí bodu x v topologii $\mathcal{H}$ je průnikem soustav okolí bodu x v topologiích $\mathcal{G}_a$.
6. Soustava okolí bodu x v topologii $\mathcal{G}$ má za subbázi sjednocení soustav okolí bodu x v topologiích $\mathcal{G}_a$.
7. Ukažte, že uzávěr u infima souboru topologií $\{\mathcal{G}_a\}_A$ na množině X je roven $uP = \bigcap_A u_a P$, kde u_a je uzávěr topologie $\mathcal{G}_a$. Pro supremum sjednocení uzávěrů obecně nesplňuje 4vlastnost uzávěrů..
8. Dokažte, že usměrněný soubor S konverguje v $(X, \mathcal{G})$ k bodu x právě když konverguje k x v každé topologii $\mathcal{G}_a$, $a \in A$. Pro suprema topologií neexistuje žádná vhodná charakterizace pomocí konvergence.

Množina topologií na X

1. Určete koatomy v uspořádání topologií (tj. prostory, které nejsou indiskrétní ale každý různý hrubší prostor už je indiskrétní. Je každý prostor infimem těchto koatomů?

> V další části této části je $\{\mathcal{G}_a\}_A$ soubor topologií $\{\mathcal{G}_a\}_A$ na množině X, $\mathcal{G}$ jeho infimum a $\mathcal{H}$ jeho supremum.

2. V důkazu věty o úplnosti svazu topologií bylo popsáno supremum $\mathcal{H} = \bigcap_A \mathcal{G}_a$. Infimum $\mathcal{G}$ těchto topologií není obecně jejich sjednocení – ukažte, že sjednocení soustavy topologií na dané množině je subbáze topologie $\mathcal{G}$.
3. Najděte příklad, že $\bigcup_A \mathcal{G}_a$ není bází topologie $\mathcal{G}$.
4. Ukažte, že $\mathcal{G} = \bigcup_A \mathcal{G}_a$ pokud je daná soustava usměrněná směrem dolů.
5. Soustava okolí bodu x v topologii $\mathcal{H}$ je průnikem soustav okolí bodu x v topologiích $\mathcal{G}_a$.
6. Soustava okolí bodu x v topologii $\mathcal{G}$ má za subbázi sjednocení soustav okolí bodu x v topologiích $\mathcal{G}_a$.
7. Ukažte, že uzávěr u infima souboru topologií $\{\mathcal{G}_a\}_A$ na množině X je roven $uP = \bigcap_A u_a P$, kde u_a je uzávěr topologie $\mathcal{G}_a$. Pro supremum sjednocení uzávěrů obecně nesplňuje 4vlastnost uzávěrů..
8. Dokažte, že usměrněný soubor S konverguje v $(X, \mathcal{G})$ k bodu x právě když konverguje k x v každé topologii $\mathcal{G}_a$, $a \in A$. Pro suprema topologií neexistuje žádná vhodná charakterizace pomocí konvergence.

Množina topologií na X

1. Určete koatomy v uspořádání topologií (tj. prostory, které nejsou indiskrétní ale každý různý hrubší prostor už je indiskrétní. Je každý prostor infimem těchto koatomů?

   V další části této části je $\{\mathcal{G}_a\}_A$ soubor topologií $\{\mathcal{G}_a\}_A$ na množině X, $\mathcal{G}$ jeho infimum a $\mathcal{H}$ jeho supremum.

2. V důkazu věty o úplnosti svazu topologií bylo popsáno supremum $\mathcal{H} = \bigcap_A \mathcal{G}_a$. Infimum $\mathcal{G}$ těchto topologií není obecně jejich sjednocení – ukažte, že sjednocení soustavy topologií na dané množině je subbáze topologie $\mathcal{G}$.
3. Najděte příklad, že $\bigcup_A \mathcal{G}_a$ není bází topologie $\mathcal{G}$.
4. Ukažte, že $\mathcal{G} = \bigcup_A \mathcal{G}_a$ pokud je daná soustava usměrněná směrem dolů.
5. Soustava okolí bodu x v topologii $\mathcal{H}$ je průnikem soustav okolí bodu x v topologiích $\mathcal{G}_a$.
6. Soustava okolí bodu x v topologii $\mathcal{G}$ má za subbázi sjednocení soustav okolí bodu x v topologiích $\mathcal{G}_a$.
7. Ukažte, že uzávěr u infima souboru topologií $\{\mathcal{G}_a\}_A$ na množině X je roven $uP = \bigcap_A u_a P$, kde u_a je uzávěr topologie $\mathcal{G}_a$. Pro supremum sjednocení uzávěrů obecně nesplňuje 4vlastnost uzávěrů..
8. Dokažte, že usměrněný soubor S konverguje v $(X, \mathcal{G})$ k bodu x právě když konverguje k x v každé topologii $\mathcal{G}_a$, $a \in A$. Pro suprema topologií neexistuje žádná vhodná charakterizace pomocí konvergence.

Množina topologií na X

1. Určete koatomy v uspořádání topologií (tj. prostory, které nejsou indiskrétní ale každý různý hrubší prostor už je indiskrétní. Je každý prostor infimem těchto koatomů?

V další části této části je $\{\mathcal{G}_a\}_A$ soubor topologií $\{\mathcal{G}_a\}_A$ na množině X, $\mathcal{G}$ jeho infimum a $\mathcal{H}$ jeho supremum.

2. V důkazu věty o úplnosti svazu topologií bylo popsáno supremum $\mathcal{H} = \bigcap_A \mathcal{G}_a$. Infimum $\mathcal{G}$ těchto topologií není obecně jejich sjednocení – ukažte, že sjednocení soustavy topologií na dané množině je subbáze topologie $\mathcal{G}$.
3. Najděte příklad, že $\bigcup_A \mathcal{G}_a$ není bází topologie $\mathcal{G}$.
4. Ukažte, že $\mathcal{G} = \bigcup_A \mathcal{G}_a$ pokud je daná soustava usměrněná směrem dolů.
5. Soustava okolí bodu x v topologii $\mathcal{H}$ je průnikem soustav okolí bodu x v topologiích $\mathcal{G}_a$.
6. Soustava okolí bodu x v topologii $\mathcal{G}$ má za subbázi sjednocení soustav okolí bodu x v topologiích $\mathcal{G}_a$.
7. Ukažte, že uzávěr u infima souboru topologií $\{\mathcal{G}_a\}_A$ na množině X je roven $uP = \bigcap_A u_a P$, kde u_a je uzávěr topologie $\mathcal{G}_a$. Pro supremum sjednocení uzávěrů obecně nesplňuje 4vlastnost uzávěrů..
8. Dokažte, že usměrněný soubor S konverguje v $(X, \mathcal{G})$ k bodu x právě když konverguje k x v každé topologii $\mathcal{G}_a$, $a \in A$. Pro suprema topologií neexistuje žádná vhodná charakterizace pomocí konvergence.

Množina topologií na X

1. Určete koatomy v uspořádání topologií (tj. prostory, které nejsou indiskrétní ale každý různý hrubší prostor už je indiskrétní. Je každý prostor infimem těchto koatomů?

V další části této části je $\{\mathcal{G}_a\}_A$ soubor topologií $\{\mathcal{G}_a\}_A$ na množině X, $\mathcal{G}$ jeho infimum a $\mathcal{H}$ jeho supremum.

2. V důkazu věty o úplnosti svazu topologií bylo popsáno supremum $\mathcal{H} = \bigcap_A \mathcal{G}_a$. Infimum $\mathcal{G}$ těchto topologií není obecně jejich sjednocení – ukažte, že sjednocení soustavy topologií na dané množině je subbáze topologie $\mathcal{G}$.
3. Najděte příklad, že $\bigcup_A \mathcal{G}_a$ není bází topologie $\mathcal{G}$.
4. Ukažte, že $\mathcal{G} = \bigcup_A \mathcal{G}_a$ pokud je daná soustava usměrněná směrem dolů.
5. Soustava okolí bodu x v topologii $\mathcal{H}$ je průnikem soustav okolí bodu x v topologiích $\mathcal{G}_a$.
6. Soustava okolí bodu x v topologii $\mathcal{G}$ má za subbázi sjednocení soustav okolí bodu x v topologiích $\mathcal{G}_a$.
7. Ukažte, že uzávěr u infima souboru topologií $\{\mathcal{G}_a\}_A$ na množině X je roven $uP = \bigcap_A u_a P$, kde u_a je uzávěr topologie $\mathcal{G}_a$. Pro supremum sjednocení uzávěrů obecně nesplňuje 4vlastnost uzávěrů..
8. Dokažte, že usměrněný soubor S konverguje v $(X, \mathcal{G})$ k bodu x právě když konverguje k x v každé topologii $\mathcal{G}_a$, $a \in A$. Pro suprema topologií neexistuje žádná vhodná charakterizace pomocí konvergence.

Některé vlastnosti slabého vytváření

1. V popisu otevřené subbáze slabé topologie stačí brát jen subbáze v Y_a. Takže jsou-li $\mathcal{G}_a$ subbáze topologie prostorů Y_a, pak slabá topologie na X vytvořená souborem $f_a : X \to Y_a$, $a \in A$, má subbázi $\{f_a^{-1}(G); G \in \mathcal{G}_a, a \in A\}$.
2. Topologie slabě vytvořená souborem $\{f_a\}$ je infimum topologií slabě vytvořených jednotlivými zobrazeními f_a.
3. Ukažte, že prosté zobrazení topologického X na topologický prostor Y je slabě vytvářející právě když je homeomorfní. Z druhé strany, každý homeomorfismus je slabě vytvářející.
4. Infimum souboru topologií $\{\mathcal{G}_a\}_A$ na množině X je slabě vytvořeno souborem zobrazení $\{1_X : X \to (X, \mathcal{G}_a)\}_A$.
5. Je-li prostor X slabě vytvořen souborem $\{f_a : X \to Y_a\}_A$, pak usměrněný soubor S konverguje v X k bodu x právě když $f_a(S)$ konverguje k $f_a(x)$ v Y_a pro každé $a \in A$.
6. Topologie slabě vytvořená souborem $\{f_a\}_A$ je slabě vytvořená i souborem $\{f_a\}_A \cup \{g_b\}_B$, kde g_b jsou zobrazení do indiskrétních prostorů.

Některé vlastnosti slabého vytváření

1. V popisu otevřené subbáze slabé topologie stačí brát jen subbáze v Y_a. Takže jsou-li $\mathcal{G}_a$ subbáze topologie prostorů Y_a, pak slabá topologie na X vytvořená souborem $f_a : X \to Y_a$, $a \in A$, má subbázi $\{f_a^{-1}(G); G \in \mathcal{G}_a, a \in A\}$.
2. Topologie slabě vytvořená souborem $\{f_a\}$ je infimum topologií slabě vytvořených jednotlivými zobrazeními f_a.
3. Ukažte, že prosté zobrazení topologického X na topologický prostor Y je slabě vytvářející právě když je homeomorfní. Z druhé strany, každý homeomorfismus je slabě vytvářející.
4. Infimum souboru topologií $\{\mathcal{G}_a\}_A$ na množině X je slabě vytvořeno souborem zobrazení $\{1_X : X \to (X, \mathcal{G}_a)\}_A$.
5. Je-li prostor X slabě vytvořen souborem $\{f_a : X \to Y_a\}_A$, pak usměrněný soubor S konverguje v X k bodu x právě když $f_a(S)$ konverguje k $f_a(x)$ v Y_a pro každé $a \in A$.
6. Topologie slabě vytvořená souborem $\{f_a\}_A$ je slabě vytvořená i souborem $\{f_a\}_A \cup \{g_b\}_B$, kde g_b jsou zobrazení do indiskrétních prostorů.

Některé vlastnosti slabého vytváření

1. V popisu otevřené subbáze slabé topologie stačí brát jen subbáze v Y_a. Takže jsou-li $\mathcal{G}_a$ subbáze topologie prostorů Y_a, pak slabá topologie na X vytvořená souborem $f_a : X \to Y_a$, $a \in A$, má subbázi $\{f_a^{-1}(G); G \in \mathcal{G}_a, a \in A\}$.
2. Topologie slabě vytvořená souborem $\{f_a\}$ je infimum topologií slabě vytvořených jednotlivými zobrazeními f_a.
3. Ukažte, že prosté zobrazení topologického X na topologický prostor Y je slabě vytvářející právě když je homeomorfní. Z druhé strany, každý homeomorfismus je slabě vytvářející.
4. Infimum souboru topologií $\{\mathcal{G}_a\}_A$ na množině X je slabě vytvořeno souborem zobrazení $\{1_X : X \to (X, \mathcal{G}_a)\}_A$.
5. Je-li prostor X slabě vytvořen souborem $\{f_a : X \to Y_a\}_A$, pak usměrněný soubor S konverguje v X k bodu x právě když $f_a(S)$ konverguje k $f_a(x)$ v Y_a pro každé $a \in A$.
6. Topologie slabě vytvořená souborem $\{f_a\}_A$ je slabě vytvořená i souborem $\{f_a\}_A \cup \{g_b\}_B$, kde g_b jsou zobrazení do indiskrétních prostorů.

Některé vlastnosti slabého vytváření

1. V popisu otevřené subbáze slabé topologie stačí brát jen subbáze v Y_a. Takže jsou-li $\mathcal{G}_a$ subbáze topologie prostorů Y_a, pak slabá topologie na X vytvořená souborem $f_a : X \to Y_a$, $a \in A$, má subbázi $\{f_a^{-1}(G); G \in \mathcal{G}_a, a \in A\}$.
2. Topologie slabě vytvořená souborem $\{f_a\}$ je infimum topologií slabě vytvořených jednotlivými zobrazeními f_a.
3. Ukažte, že prosté zobrazení topologického X na topologický prostor Y je slabě vytvářející právě když je homeomorfní. Z druhé strany, každý homeomorfismus je slabě vytvářející.
4. Infimum souboru topologií $\{\mathcal{G}_a\}_A$ na množině X je slabě vytvořeno souborem zobrazení $\{1_X : X \to (X, \mathcal{G}_a)\}_A$.
5. Je-li prostor X slabě vytvořen souborem $\{f_a : X \to Y_a\}_A$, pak usměrněný soubor S konverguje v X k bodu x právě když $f_a(S)$ konverguje k $f_a(x)$ v Y_a pro každé $a \in A$.
6. Topologie slabě vytvořená souborem $\{f_a\}_A$ je slabě vytvořená i souborem $\{f_a\}_A \cup \{g_b\}_B$, kde g_b jsou zobrazení do indiskrétních prostorů.

Některé vlastnosti slabého vytváření

1. V popisu otevřené subbáze slabé topologie stačí brát jen subbáze v Y_a. Takže jsou-li $\mathcal{G}_a$ subbáze topologie prostorů Y_a, pak slabá topologie na X vytvořená souborem $f_a : X \to Y_a$, $a \in A$, má subbázi $\{f_a^{-1}(G); G \in \mathcal{G}_a, a \in A\}$.
2. Topologie slabě vytvořená souborem $\{f_a\}$ je infimum topologií slabě vytvořených jednotlivými zobrazeními f_a.
3. Ukažte, že prosté zobrazení topologického X na topologický prostor Y je slabě vytvářející právě když je homeomorfní. Z druhé strany, každý homeomorfismus je slabě vytvářející.
4. Infimum souboru topologií $\{\mathcal{G}_a\}_A$ na množině X je slabě vytvořeno souborem zobrazení $\{1_X : X \to (X, \mathcal{G}_a)\}_A$.
5. Je-li prostor X slabě vytvořen souborem $\{f_a : X \to Y_a\}_A$, pak usměrněný soubor S konverguje v X k bodu x právě když $f_a(S)$ konverguje k $f_a(x)$ v Y_a pro každé $a \in A$.
6. Topologie slabě vytvořená souborem $\{f_a\}_A$ je slabě vytvořená i souborem $\{f_a\}_A \cup \{g_b\}_B$, kde g_b jsou zobrazení do indiskrétních prostorů.

Některé vlastnosti slabého vytváření

1. V popisu otevřené subbáze slabé topologie stačí brát jen subbáze v Y_a. Takže jsou-li $\mathcal{G}_a$ subbáze topologie prostorů Y_a, pak slabá topologie na X vytvořená souborem $f_a : X \to Y_a$, $a \in A$, má subbázi $\{f_a^{-1}(G); G \in \mathcal{G}_a, a \in A\}$.
2. Topologie slabě vytvořená souborem $\{f_a\}$ je infimum topologií slabě vytvořených jednotlivými zobrazeními f_a.
3. Ukažte, že prosté zobrazení topologického X na topologický prostor Y je slabě vytvářející právě když je homeomorfní. Z druhé strany, každý homeomorfismus je slabě vytvářející.
4. Infimum souboru topologií $\{\mathcal{G}_a\}_A$ na množině X je slabě vytvořeno souborem zobrazení $\{1_X : X \to (X, \mathcal{G}_a)\}_A$.
5. Je-li prostor X slabě vytvořen souborem $\{f_a : X \to Y_a\}_A$, pak usměrněný soubor S konverguje v X k bodu x právě když $f_a(S)$ konverguje k $f_a(x)$ v Y_a pro každé $a \in A$.
6. Topologie slabě vytvořená souborem $\{f_a\}_A$ je slabě vytvořená i souborem $\{f_a\}_A \cup \{g_b\}_B$, kde g_b jsou zobrazení do indiskrétních prostorů.

Vlastnosti a popis podprostorů

Nechť Y je podprostor topologického prostoru X.

1. U je okolí bodu x v Y právě když existuje okolí V bodu x v X tak, že $V \cap Y = U$.
2. Pro $A \subset Y$ je $\overline{A}^Y = Y \cap \overline{A}^X$.
3. Usměrněný soubor S konverguje v Y k bodu x právě když konverguje k x v prostoru X.

Vlastnosti a popis podprostorů

Nechť Y je podprostor topologického prostoru X.

1. U je okolí bodu x v Y právě když existuje okolí V bodu x v X tak, že $V \cap Y = U$.
2. Pro $A \subset Y$ je $\overline{A}^Y = Y \cap \overline{A}^X$.
3. Usměrněný soubor S konverguje v Y k bodu x právě když konverguje k x v prostoru X.

Vlastnosti a popis podprostorů

Nechť Y je podprostor topologického prostoru X.

1. U je okolí bodu x v Y právě když existuje okolí V bodu x v X tak, že $V \cap Y = U$.
2. Pro $A \subset Y$ je $\overline{A}^Y = Y \cap \overline{A}^X$.
3. Usměrněný soubor S konverguje v Y k bodu x právě když konverguje k x v prostoru X.

Bývá velmi důležité vědět, které topologické vlastnosti se zachovávají konstrukcemi. Vlastnosti, které se zachovávají podprostory, se nazývají dědičné, tj. má-li prostor danou vlastnost, má ji i každý jeho podprostor. Někdy se dědičnost omezuje jen na některé podprostory. Např. uzavřená dědičnost znamená, že každý uzavřený podprostor prostoru, majícího danou vlastnost, má též tuto vlastnost.

Zachovávání vlastností podprostory

1. Podprostor prostoru s nejvýše jedním hromadným bodem je prostor se stejnou vlastností.
2. Podprostor hrubého T_1-prostoru je hrubý T_1-prostor.
3. Separabilita je dědičná v metrizovatelných prostorech, nikoli v obecných prostorech – viz cvičení.
4. Vlastnost mít spočetnou otevřenou bázi je dědičná.
5. Vlastnost mít spočetnou bázi okolí v každém bodě je dědičná.
6. Třída prostorů 1.kategorie není ani uzavřeně dědičná.
7. Třída metrizovatelných prostorů je dědičná, její podtřída prostorů metrizovatelných úplnou metrikou je uzavřeně dědičná (není dědičná).
8. Třída FU-prostorů je dědičná.
9. Třída sekvenčních prostorů je uzavřeně dědičná, není dědičná – pro příklad viz cvičení.
10. Třída 0-dimenzionálních prostorů je dědičná.

Bývá velmi důležité vědět, které topologické vlastnosti se zachovávají konstrukcemi. Vlastnosti, které se zachovávají podprostory, se nazývají dědičné, tj. má-li prostor danou vlastnost, má ji i každý jeho podprostor. Někdy se dědičnost omezuje jen na některé podprostory. Např. uzavřená dědičnost znamená, že každý uzavřený podprostor prostoru, majícího danou vlastnost, má též tuto vlastnost.

Zachovávání vlastností podprostory

1. Podprostor prostoru s nejvýše jedním hromadným bodem je prostor se stejnou vlastností.
2. Podprostor hrubého T_1-prostoru je hrubý T_1-prostor.
3. Separabilita je dědičná v metrizovatelných prostorech, nikoli v obecných prostorech – viz cvičení.
4. Vlastnost mít spočetnou otevřenou bázi je dědičná.
5. Vlastnost mít spočetnou bázi okolí v každém bodě je dědičná.
6. Třída prostorů 1.kategorie není ani uzavřeně dědičná.
7. Třída metrizovatelných prostorů je dědičná, její podtřída prostorů metrizovatelných úplnou metrikou je uzavřeně dědičná (není dědičná).
8. Třída FU-prostorů je dědičná.
9. Třída sekvenčních prostorů je uzavřeně dědičná, není dědičná – pro příklad viz cvičení.
10. Třída 0-dimenzionálních prostorů je dědičná.

Bývá velmi důležité vědět, které topologické vlastnosti se zachovávají konstrukcemi. Vlastnosti, které se zachovávají podprostory, se nazývají dědičné, tj. má-li prostor danou vlastnost, má ji i každý jeho podprostor. Někdy se dědičnost omezuje jen na některé podprostory. Např. uzavřená dědičnost znamená, že každý uzavřený podprostor prostoru, majícího danou vlastnost, má též tuto vlastnost.

Zachovávání vlastností podprostory

1. Podprostor prostoru s nejvýše jedním hromadným bodem je prostor se stejnou vlastností.
2. Podprostor hrubého T_1-prostoru je hrubý T_1-prostor.
3. Separabilita je dědičná v metrizovatelných prostorech, nikoli v obecných prostorech – viz cvičení.
4. Vlastnost mít spočetnou otevřenou bázi je dědičná.
5. Vlastnost mít spočetnou bázi okolí v každém bodě je dědičná.
6. Třída prostorů 1.kategorie není ani uzavřeně dědičná.
7. Třída metrizovatelných prostorů je dědičná, její podtřída prostorů metrizovatelných úplnou metrikou je uzavřeně dědičná (není dědičná).
8. Třída FU-prostorů je dědičná.
9. Třída sekvenčních prostorů je uzavřeně dědičná, není dědičná – pro příklad viz cvičení.
10. Třída 0-dimenzionálních prostorů je dědičná.

Bývá velmi důležité vědět, které topologické vlastnosti se zachovávají konstrukcemi. Vlastnosti, které se zachovávají podprostory, se nazývají dědičné, tj. má-li prostor danou vlastnost, má ji i každý jeho podprostor. Někdy se dědičnost omezuje jen na některé podprostory. Např. uzavřená dědičnost znamená, že každý uzavřený podprostor prostoru, majícího danou vlastnost, má též tuto vlastnost.

Zachovávání vlastností podprostory

1. Podprostor prostoru s nejvýše jedním hromadným bodem je prostor se stejnou vlastností.
2. Podprostor hrubého T_1-prostoru je hrubý T_1-prostor.
3. Separabilita je dědičná v metrizovatelných prostorech, nikoli v obecných prostorech – viz cvičení.
4. Vlastnost mít spočetnou otevřenou bázi je dědičná.
5. Vlastnost mít spočetnou bázi okolí v každém bodě je dědičná.
6. Třída prostorů 1.kategorie není ani uzavřeně dědičná.
7. Třída metrizovatelných prostorů je dědičná, její podtřída prostorů metrizovatelných úplnou metrikou je uzavřeně dědičná (není dědičná).
8. Třída FU-prostorů je dědičná.
9. Třída sekvenčních prostorů je uzavřeně dědičná, není dědičná – pro příklad viz cvičení.
10. Třída 0-dimenzionálních prostorů je dědičná.

Bývá velmi důležité vědět, které topologické vlastnosti se zachovávají konstrukcemi. Vlastnosti, které se zachovávají podprostory, se nazývají dědičné, tj. má-li prostor danou vlastnost, má ji i každý jeho podprostor. Někdy se dědičnost omezuje jen na některé podprostory. Např. uzavřená dědičnost znamená, že každý uzavřený podprostor prostoru, majícího danou vlastnost, má též tuto vlastnost.

Zachovávání vlastností podprostory

1. Podprostor prostoru s nejvýše jedním hromadným bodem je prostor se stejnou vlastností.
2. Podprostor hrubého T_1-prostoru je hrubý T_1-prostor.
3. Separabilita je dědičná v metrizovatelných prostorech, nikoli v obecných prostorech – viz cvičení.
4. Vlastnost mít spočetnou otevřenou bázi je dědičná.
5. Vlastnost mít spočetnou bázi okolí v každém bodě je dědičná.
6. Třída prostorů 1.kategorie není ani uzavřeně dědičná.
7. Třída metrizovatelných prostorů je dědičná, její podtřída prostorů metrizovatelných úplnou metrikou je uzavřeně dědičná (není dědičná).
8. Třída FU-prostorů je dědičná.
9. Třída sekvenčních prostorů je uzavřeně dědičná, není dědičná – pro příklad viz cvičení.
10. Třída 0-dimenzionálních prostorů je dědičná.

Bývá velmi důležité vědět, které topologické vlastnosti se zachovávají konstrukcemi. Vlastnosti, které se zachovávají podprostory, se nazývají dědičné, tj. má-li prostor danou vlastnost, má ji i každý jeho podprostor. Někdy se dědičnost omezuje jen na některé podprostory. Např. uzavřená dědičnost znamená, že každý uzavřený podprostor prostoru, majícího danou vlastnost, má též tuto vlastnost.

Zachovávání vlastností podprostory

1. Podprostor prostoru s nejvýše jedním hromadným bodem je prostor se stejnou vlastností.
2. Podprostor hrubého T_1-prostoru je hrubý T_1-prostor.
3. Separabilita je dědičná v metrizovatelných prostorech, nikoli v obecných prostorech – viz cvičení.
4. Vlastnost mít spočetnou otevřenou bázi je dědičná.
5. Vlastnost mít spočetnou bázi okolí v každém bodě je dědičná.
6. Třída prostorů 1.kategorie není ani uzavřeně dědičná.
7. Třída metrizovatelných prostorů je dědičná, její podtřída prostorů metrizovatelných úplnou metrikou je uzavřeně dědičná (není dědičná).
8. Třída FU-prostorů je dědičná.
9. Třída sekvenčních prostorů je uzavřeně dědičná, není dědičná – pro příklad viz cvičení.
10. Třída 0-dimenzionálních prostorů je dědičná.

Bývá velmi důležité vědět, které topologické vlastnosti se zachovávají konstrukcemi. Vlastnosti, které se zachovávají podprostory, se nazývají dědičné, tj. má-li prostor danou vlastnost, má ji i každý jeho podprostor. Někdy se dědičnost omezuje jen na některé podprostory. Např. uzavřená dědičnost znamená, že každý uzavřený podprostor prostoru, majícího danou vlastnost, má též tuto vlastnost.

Zachovávání vlastností podprostory

1. Podprostor prostoru s nejvýše jedním hromadným bodem je prostor se stejnou vlastností.
2. Podprostor hrubého T_1-prostoru je hrubý T_1-prostor.
3. Separabilita je dědičná v metrizovatelných prostorech, nikoli v obecných prostorech – viz cvičení.
4. Vlastnost mít spočetnou otevřenou bázi je dědičná.
5. Vlastnost mít spočetnou bázi okolí v každém bodě je dědičná.
6. Třída prostorů 1.kategorie není ani uzavřeně dědičná.
7. Třída metrizovatelných prostorů je dědičná, její podtřída prostorů metrizovatelných úplnou metrikou je uzavřeně dědičná (není dědičná).
8. Třída FU-prostorů je dědičná.
9. Třída sekvenčních prostorů je uzavřeně dědičná, není dědičná – pro příklad viz cvičení.
10. Třída 0-dimenzionálních prostorů je dědičná.

Bývá velmi důležité vědět, které topologické vlastnosti se zachovávají konstrukcemi. Vlastnosti, které se zachovávají podprostory, se nazývají dědičné, tj. má-li prostor danou vlastnost, má ji i každý jeho podprostor. Někdy se dědičnost omezuje jen na některé podprostory. Např. uzavřená dědičnost znamená, že každý uzavřený podprostor prostoru, majícího danou vlastnost, má též tuto vlastnost.

Zachovávání vlastností podprostory

1. Podprostor prostoru s nejvýše jedním hromadným bodem je prostor se stejnou vlastností.
2. Podprostor hrubého T_1-prostoru je hrubý T_1-prostor.
3. Separabilita je dědičná v metrizovatelných prostorech, nikoli v obecných prostorech – viz cvičení.
4. Vlastnost mít spočetnou otevřenou bázi je dědičná.
5. Vlastnost mít spočetnou bázi okolí v každém bodě je dědičná.
6. Třída prostorů 1.kategorie není ani uzavřeně dědičná.
7. Třída metrizovatelných prostorů je dědičná, její podtřída prostorů metrizovatelných úplnou metrikou je uzavřeně dědičná (není dědičná).
8. Třída FU-prostorů je dědičná.
9. Třída sekvenčních prostorů je uzavřeně dědičná, není dědičná – pro příklad viz cvičení.
10. Třída 0-dimenzionálních prostorů je dědičná.

Bývá velmi důležité vědět, které topologické vlastnosti se zachovávají konstrukcemi. Vlastnosti, které se zachovávají podprostory, se nazývají dědičné, tj. má-li prostor danou vlastnost, má ji i každý jeho podprostor. Někdy se dědičnost omezuje jen na některé podprostory. Např. uzavřená dědičnost znamená, že každý uzavřený podprostor prostoru, majícího danou vlastnost, má též tuto vlastnost.

Zachovávání vlastností podprostory

1. Podprostor prostoru s nejvýše jedním hromadným bodem je prostor se stejnou vlastností.
2. Podprostor hrubého T_1-prostoru je hrubý T_1-prostor.
3. Separabilita je dědičná v metrizovatelných prostorech, nikoli v obecných prostorech – viz cvičení.
4. Vlastnost mít spočetnou otevřenou bázi je dědičná.
5. Vlastnost mít spočetnou bázi okolí v každém bodě je dědičná.
6. Třída prostorů 1.kategorie není ani uzavřeně dědičná.
7. Třída metrizovatelných prostorů je dědičná, její podtřída prostorů metrizovatelných úplnou metrikou je uzavřeně dědičná (není dědičná).
8. Třída FU-prostorů je dědičná.
9. Třída sekvenčních prostorů je uzavřeně dědičná, není dědičná – pro příklad viz cvičení.
10. Třída 0-dimenzionálních prostorů je dědičná.

Bývá velmi důležité vědět, které topologické vlastnosti se zachovávají konstrukcemi. Vlastnosti, které se zachovávají podprostory, se nazývají dědičné, tj. má-li prostor danou vlastnost, má ji i každý jeho podprostor. Někdy se dědičnost omezuje jen na některé podprostory. Např. uzavřená dědičnost znamená, že každý uzavřený podprostor prostoru, majícího danou vlastnost, má též tuto vlastnost.

Zachovávání vlastností podprostory

1. Podprostor prostoru s nejvýše jedním hromadným bodem je prostor se stejnou vlastností.
2. Podprostor hrubého T_1-prostoru je hrubý T_1-prostor.
3. Separabilita je dědičná v metrizovatelných prostorech, nikoli v obecných prostorech – viz cvičení.
4. Vlastnost mít spočetnou otevřenou bázi je dědičná.
5. Vlastnost mít spočetnou bázi okolí v každém bodě je dědičná.
6. Třída prostorů 1.kategorie není ani uzavřeně dědičná.
7. Třída metrizovatelných prostorů je dědičná, její podtřída prostorů metrizovatelných úplnou metrikou je uzavřeně dědičná (není dědičná).
8. Třída FU-prostorů je dědičná.
9. Třída sekvenčních prostorů je uzavřeně dědičná, není dědičná – pro příklad viz cvičení.
10. Třída 0-dimenzionálních prostorů je dědičná.

Bývá velmi důležité vědět, které topologické vlastnosti se zachovávají konstrukcemi. Vlastnosti, které se zachovávají podprostory, se nazývají dědičné, tj. má-li prostor danou vlastnost, má ji i každý jeho podprostor. Někdy se dědičnost omezuje jen na některé podprostory. Např. uzavřená dědičnost znamená, že každý uzavřený podprostor prostoru, majícího danou vlastnost, má též tuto vlastnost.

Zachovávání vlastností podprostory

1. Podprostor prostoru s nejvýše jedním hromadným bodem je prostor se stejnou vlastností.
2. Podprostor hrubého T_1-prostoru je hrubý T_1-prostor.
3. Separabilita je dědičná v metrizovatelných prostorech, nikoli v obecných prostorech – viz cvičení.
4. Vlastnost mít spočetnou otevřenou bázi je dědičná.
5. Vlastnost mít spočetnou bázi okolí v každém bodě je dědičná.
6. Třída prostorů 1.kategorie není ani uzavřeně dědičná.
7. Třída metrizovatelných prostorů je dědičná, její podtřída prostorů metrizovatelných úplnou metrikou je uzavřeně dědičná (není dědičná).
8. Třída FU-prostorů je dědičná.
9. Třída sekvenčních prostorů je uzavřeně dědičná, není dědičná – pro příklad viz cvičení.
10. Třída 0-dimenzionálních prostorů je dědičná.

GO-prostory

1. Najděte příklad podmnožiny $P \subset \mathbb{R}$ takové, že zúžení uspořádání reálných čísel na P vytvoří jinou topologii než zúžení topologie $\mathbb{R}$ na podprostor P. V jakém vztahu budou obě topologie na P?
2. Ukažte, že je-li P podmnožina lineárně uspořádané množiny $(X, <)$, má zúžení na P uspořádané topologie na X za bázi okolí bodu $x \in P$ jednu z následujících 4 možností:
   - otevřené intervaly v P, tj.intervaly tvaru (a, b), kde $a, b \in P$, $a \lneqq x \lneqq b$ pokud x není nejmenší bod P (pak je $a = x$) nebo největší bod P (pak je $b = x$).
   - nahoru polootevřené intervaly v P, tj. intervaly tvaru $[x, b)$, kde $b \in P$, $x \lneqq b$ pokud x není největší bod P (pak je $b = x$).
   - dolu polootevřené intervaly v P, tj. intervaly tvaru $(a, x]$, kde $a \in P$, $a \lneqq x$ pokud x není nejmenší bod P (pak je $a = x$).
   - jednobodovou množinu $\{x\}$.
3. Ukažte, že je-li $(P, <)$ lineárně uspořádaná množina a báze okolí v jednotlivých bodech jsou některé z uvedených 4 možností předchozího tvrzení (v každém bodě je možná jiná volba), dostane se topologický prostor. Takovýto prostor se nazývá zobecněný uspořádaný prostor, stručně GO-prostor z anglického *generalized ordered*.
4. Ukažte, že každý GO-prostor je topologickým podprostorem nějakého uspořádaného topologického prostoru.

GO-prostory

1. Najděte příklad podmnožiny $P \subset \mathbb{R}$ takové, že zúžení uspořádání reálných čísel na P vytvoří jinou topologii než zúžení topologie $\mathbb{R}$ na podprostor P. V jakém vztahu budou obě topologie na P?
2. Ukažte, že je-li P podmnožina lineárně uspořádané množiny $(X, <)$, má zúžení na P uspořádané topologie na X za bázi okolí bodu $x \in P$ jednu z následujících 4 možností:
   - otevřené intervaly v P, tj.intervaly tvaru (a, b), kde $a, b \in P$, $a \lneqq x \lneqq b$ pokud x není nejmenší bod P (pak je $a = x$) nebo největší bod P (pak je $b = x$).
   - nahoru polootevřené intervaly v P, tj. intervaly tvaru $[x, b)$, kde $b \in P, x \lneqq b$ pokud x není největší bod P (pak je $b = x$).
   - dolu polootevřené intervaly v P, tj. intervaly tvaru $(a, x]$, kde $a \in P$, $a \lneqq x$ pokud x není nejmenší bod P (pak je $a = x$).
   - jednobodovou množinu $\{x\}$.
3. Ukažte, že je-li $(P, <)$ lineárně uspořádaná množina a báze okolí v jednotlivých bodech jsou některé z uvedených 4 možností předchozího tvrzení (v každém bodě je možná jiná volba), dostane se topologický prostor. Takovýto prostor se nazývá zobecněný uspořádaný prostor, stručně GO-prostor z anglického *generalized ordered*.
4. Ukažte, že každý GO-prostor je topologickým podprostorem nějakého uspořádaného topologického prostoru.

GO-prostory

1. Najděte příklad podmnožiny $P \subset \mathbb{R}$ takové, že zúžení uspořádání reálných čísel na P vytvoří jinou topologii než zúžení topologie $\mathbb{R}$ na podprostor P. V jakém vztahu budou obě topologie na P?
2. Ukažte, že je-li P podmnožina lineárně uspořádané množiny $(X, <)$, má zúžení na P uspořádané topologie na X za bázi okolí bodu $x \in P$ jednu z následujících 4 možností:
   - otevřené intervaly v P, tj.intervaly tvaru (a, b), kde $a, b \in P$, $a \lneqq x \lneqq b$ pokud x není nejmenší bod P (pak je $a = x$) nebo největší bod P (pak je $b = x$).
   - nahoru polootevřené intervaly v P, tj. intervaly tvaru $[x, b)$, kde $b \in P, x \lneqq b$ pokud x není největší bod P (pak je $b = x$).
   - dolu polootevřené intervaly v P, tj. intervaly tvaru $(a, x]$, kde $a \in P$, $a \lneqq x$ pokud x není nejmenší bod P (pak je $a = x$).
   - jednobodovou množinu $\{x\}$.
3. Ukažte, že je-li $(P, <)$ lineárně uspořádaná množina a báze okolí v jednotlivých bodech jsou některé z uvedených 4 možností předchozího tvrzení (v každém bodě je možná jiná volba), dostane se topologický prostor. Takovýto prostor se nazývá zobecněný uspořádaný prostor, stručně GO-prostor z anglického *generalized ordered*.
4. Ukažte, že každý GO-prostor je topologickým podprostorem nějakého uspořádaného topologického prostoru.

GO-prostory

1. Najděte příklad podmnožiny $P \subset \mathbb{R}$ takové, že zúžení uspořádání reálných čísel na P vytvoří jinou topologii než zúžení topologie $\mathbb{R}$ na podprostor P. V jakém vztahu budou obě topologie na P?
2. Ukažte, že je-li P podmnožina lineárně uspořádané množiny $(X, <)$, má zúžení na P uspořádané topologie na X za bázi okolí bodu $x \in P$ jednu z následujících 4 možností:
   - otevřené intervaly v P, tj.intervaly tvaru (a, b), kde $a, b \in P$, $a \lneqq x \lneqq b$ pokud x není nejmenší bod P (pak je $a = x$) nebo největší bod P (pak je $b = x$).
   - nahoru polootevřené intervaly v P, tj. intervaly tvaru $[x, b)$, kde $b \in P, x \lneqq b$ pokud x není největší bod P (pak je $b = x$).
   - dolu polootevřené intervaly v P, tj. intervaly tvaru $(a, x]$, kde $a \in P$, $a \lneqq x$ pokud x není nejmenší bod P (pak je $a = x$).
   - jednobodovou množinu $\{x\}$.
3. Ukažte, že je-li $(P, <)$ lineárně uspořádaná množina a báze okolí v jednotlivých bodech jsou některé z uvedených 4 možností předchozího tvrzení (v každém bodě je možná jiná volba), dostane se topologický prostor. Takovýto prostor se nazývá zobecněný uspořádaný prostor, stručně GO-prostor z anglického *generalized ordered*.
4. Ukažte, že každý GO-prostor je topologickým podprostorem nějakého uspořádaného topologického prostoru

Vlastnosti a popis součinů

Nechť $\{X_a\}_A$ je neprázdný soubor neprázdných topologických prostorů, $X = \Pi_A X_a$.

1. Množiny tvaru $\Pi_A G_a$, kde G_a je otevřená množina v X_a a jen pro konečně mnoho indexů je $G_a \neq X_a$, tvoří bázi topologie v X.
2. Nechť $x = \{x_a\} \in X$. Množiny tvaru $\Pi_A U_a$, kde U_a je okolí bodu x_a v X_a a jen pro konečně mnoho indexů je $U_a \neq X_a$, tvoří bázi okolí bodu x v X.
3. Nechť $P_a \subset X_a$. Pak $\overline{\Pi_A P_a} = \Pi_A \overline{P_a}$.
4. Usměrněný sounbor S konverguje v X k $\{x_a\}$ právě když pro každé $a \in A$ konverguje projekce $\mathrm{pr}_a(S)$ k x_a.

Podobně jako u zachovávání vlastností podprostory je důležité vědět, které vlastnosti jsou zachovávány součiny. Říkáme, že topologická vlastnost je součinová, jestliže součin prostorů majících danou vlastnost, má tuto vlastnost též. Pokud se v definici omezíme jen na konečné nebo spočetné součiny, říkáme, že vlastnost je konečně (resp. spočetně) součinová.

Vlastnosti a popis součinů

Nechť $\{X_a\}_A$ je neprázdný soubor neprázdných topologických prostorů, $X = \Pi_A X_a$.

1. Množiny tvaru $\Pi_A G_a$, kde G_a je otevřená množina v X_a a jen pro konečně mnoho indexů je $G_a \neq X_a$, tvoří bázi topologie v X.
2. Nechť $x = \{x_a\} \in X$. Množiny tvaru $\Pi_A U_a$, kde U_a je okolí bodu x_a v X_a a jen pro konečně mnoho indexů je $U_a \neq X_a$, tvoří bázi okolí bodu x v X.
3. Nechť $P_a \subset X_a$. Pak $\overline{\Pi_A P_a} = \Pi_A \overline{P_a}$.
4. Usměrněný sounbor S konverguje v X k $\{x_a\}$ právě když pro každé $a \in A$ konverguje projekce $\mathrm{pr}_a(S)$ k x_a.

Podobně jako u zachovávání vlastností podprostory je důležité vědět, které vlastnosti jsou zachovávány součiny. Říkáme, že topologická vlastnost je součinová, jestliže součin prostorů majících danou vlastnost, má tuto vlastnost též. Pokud se v definici omezíme jen na konečné nebo spočetné součiny, říkáme, že vlastnost je konečně (resp. spočetně) součinová.

Vlastnosti a popis součinů

Nechť $\{X_a\}_A$ je neprázdný soubor neprázdných topologických prostorů, $X = \Pi_A X_a$.

1. Množiny tvaru $\Pi_A G_a$, kde G_a je otevřená množina v X_a a jen pro konečně mnoho indexů je $G_a \neq X_a$, tvoří bázi topologie v X.
2. Nechť $x = \{x_a\} \in X$. Množiny tvaru $\Pi_A U_a$, kde U_a je okolí bodu x_a v X_a a jen pro konečně mnoho indexů je $U_a \neq X_a$, tvoří bázi okolí bodu x v X.
3. Nechť $P_a \subset X_a$. Pak $\overline{\Pi_A P_a} = \Pi_A \overline{P_a}$.
4. Usměrněný soubor S konverguje v X k $\{x_a\}$ právě když pro každé $a \in A$ konverguje projekce $\mathrm{pr}_a(S)$ k x_a.

Podobně jako u zachovávání vlastností podprostory je důležité vědět, které vlastnosti jsou zachovávány součiny. Říkáme, že topologická vlastnost je součinová, jestliže součin prostorů majících danou vlastnost, má tuto vlastnost též. Pokud se v definici omezíme jen na konečné nebo spočetné součiny, říkáme, že vlastnost je konečně (resp. spočetně) součinová.

Vlastnosti a popis součinů

Nechť $\{X_a\}_A$ je neprázdný soubor neprázdných topologických prostorů, $X = \Pi_A X_a$.

1. Množiny tvaru $\Pi_A G_a$, kde G_a je otevřená množina v X_a a jen pro konečně mnoho indexů je $G_a \neq X_a$, tvoří bázi topologie v X.
2. Nechť $x = \{x_a\} \in X$. Množiny tvaru $\Pi_A U_a$, kde U_a je okolí bodu x_a v X_a a jen pro konečně mnoho indexů je $U_a \neq X_a$, tvoří bázi okolí bodu x v X.
3. Nechť $P_a \subset X_a$. Pak $\overline{\Pi_A P_a} = \Pi_A \overline{P_a}$.
4. Usměrněný sounbor S konverguje v X k $\{x_a\}$ právě když pro každé $a \in A$ konverguje projekce $\mathrm{pr}_a(S)$ k x_a.

Podobně jako u zachovávání vlastností podprostory je důležité vědět, které vlastnosti jsou zachovávány součiny. Říkáme, že topologická vlastnost je součinová, jestliže součin prostorů majících danou vlastnost, má tuto vlastnost též. Pokud se v definici omezíme jen na konečné nebo spočetné součiny, říkáme, že vlastnost je konečně (resp. spočetně) součinová.

Vlastnosti a popis součinů

Nechť $\{X_a\}_A$ je neprázdný soubor neprázdných topologických prostorů, $X = \Pi_A X_a$.

1. Množiny tvaru $\Pi_A G_a$, kde G_a je otevřená množina v X_a a jen pro konečně mnoho indexů je $G_a \neq X_a$, tvoří bázi topologie v X.
2. Nechť $x = \{x_a\} \in X$. Množiny tvaru $\Pi_A U_a$, kde U_a je okolí bodu x_a v X_a a jen pro konečně mnoho indexů je $U_a \neq X_a$, tvoří bázi okolí bodu x v X.
3. Nechť $P_a \subset X_a$. Pak $\overline{\Pi_A P_a} = \Pi_A \overline{P_a}$.
4. Usměrněný sounbor S konverguje v X k $\{x_a\}$ právě když pro každé $a \in A$ konverguje projekce $\mathrm{pr}_a(S)$ k x_a.

Podobně jako u zachovávání vlastností podprostory je důležité vědět, které vlastnosti jsou zachovávány součiny. Říkáme, že topologická vlastnost je součinová, jestliže součin prostorů majících danou vlastnost, má tuto vlastnost též. Pokud se v definici omezíme jen na konečné nebo spočetné součiny, říkáme, že vlastnost je konečně (resp. spočetně) součinová.

Zachovávání vlastností součiny

1. Třída hrubých T_1-prostorů je konečně součinová, není spočetně součinová.
2. Třída prostorů s nejvýše jedním hromadným bodem není konečně součinová.
3. Třída diskrétních prostorů je konečně součinová, není spočetně součinová.
4. Separabilita je spočetně součinová vlastnost, není součinová.
5. Metrizovatelnost je spočetně součinová vlastnost, není součinová.
6. Uspořádatelnost není konečně součinová vlastnost.
7. Vlastnost mít spočetnou otevřenou bázi je spočetně součinová vlastnost, není součinová.
8. Vlastnost mít spočetnou bázi okolí v každém bodě je spočetně součinová vlastnost, není součinová.
9. Třída FU-prostorů není konečně součinová – viz cvičení.
10. Třída 0-dimenzionálních prostorů je součinová

Zachovávání vlastností součiny

1. Třída hrubých T_1-prostorů je konečně součinová, není spočetně součinová.
2. Třída prostorů s nejvýše jedním hromadným bodem není konečně součinová.
3. Třída diskrétních prostorů je konečně součinová, není spočetně součinová.
4. Separabilita je spočetně součinová vlastnost, není součinová.
5. Metrizovatelnost je spočetně součinová vlastnost, není součinová.
6. Uspořádatelnost není konečně součinová vlastnost.
7. Vlastnost mít spočetnou otevřenou bázi je spočetně součinová vlastnost, není součinová.
8. Vlastnost mít spočetnou bázi okolí v každém bodě je spočetně součinová vlastnost, není součinová.
9. Třída FU-prostorů není konečně součinová – viz cvičení.
10. Třída 0-dimenzionálních prostorů je součinová

Zachovávání vlastností součiny

1. Třída hrubých T_1-prostorů je konečně součinová, není spočetně součinová.
2. Třída prostorů s nejvýše jedním hromadným bodem není konečně součinová.
3. Třída diskrétních prostorů je konečně součinová, není spočetně součinová.
4. Separabilita je spočetně součinová vlastnost, není součinová.
5. Metrizovatelnost je spočetně součinová vlastnost, není součinová.
6. Uspořádatelnost není konečně součinová vlastnost.
7. Vlastnost mít spočetnou otevřenou bázi je spočetně součinová vlastnost, není součinová.
8. Vlastnost mít spočetnou bázi okolí v každém bodě je spočetně součinová vlastnost, není součinová.
9. Třída FU-prostorů není konečně součinová – viz cvičení.
10. Třída 0-dimenzionálních prostorů je součinová

Zachovávání vlastností součiny

1. Třída hrubých T_1-prostorů je konečně součinová, není spočetně součinová.
2. Třída prostorů s nejvýše jedním hromadným bodem není konečně součinová.
3. Třída diskrétních prostorů je konečně součinová, není spočetně součinová.
4. Separabilita je spočetně součinová vlastnost, není součinová.
5. Metrizovatelnost je spočetně součinová vlastnost, není součinová.
6. Uspořádatelnost není konečně součinová vlastnost.
7. Vlastnost mít spočetnou otevřenou bázi je spočetně součinová vlastnost, není součinová.
8. Vlastnost mít spočetnou bázi okolí v každém bodě je spočetně součinová vlastnost, není součinová.
9. Třída FU-prostorů není konečně součinová – viz cvičení.
10. Třída 0-dimenzionálních prostorů je součinová

Zachovávání vlastností součiny

1. Třída hrubých T_1-prostorů je konečně součinová, není spočetně součinová.
2. Třída prostorů s nejvýše jedním hromadným bodem není konečně součinová.
3. Třída diskrétních prostorů je konečně součinová, není spočetně součinová.
4. Separabilita je spočetně součinová vlastnost, není součinová.
5. Metrizovatelnost je spočetně součinová vlastnost, není součinová.
6. Uspořádatelnost není konečně součinová vlastnost.
7. Vlastnost mít spočetnou otevřenou bázi je spočetně součinová vlastnost, není součinová.
8. Vlastnost mít spočetnou bázi okolí v každém bodě je spočetně součinová vlastnost, není součinová.
9. Třída FU-prostorů není konečně součinová – viz cvičení.
10. Třída 0-dimenzionálních prostorů je součinová

Zachovávání vlastností součiny

1. Třída hrubých T_1-prostorů je konečně součinová, není spočetně součinová.
2. Třída prostorů s nejvýše jedním hromadným bodem není konečně součinová.
3. Třída diskrétních prostorů je konečně součinová, není spočetně součinová.
4. Separabilita je spočetně součinová vlastnost, není součinová.
5. Metrizovatelnost je spočetně součinová vlastnost, není součinová.
6. Uspořádatelnost není konečně součinová vlastnost.
7. Vlastnost mít spočetnou otevřenou bázi je spočetně součinová vlastnost, není součinová.
8. Vlastnost mít spočetnou bázi okolí v každém bodě je spočetně součinová vlastnost, není součinová.
9. Třída FU-prostorů není konečně součinová – viz cvičení.
10. Třída 0-dimenzionálních prostorů je součinová

Zachovávání vlastností součiny

1. Třída hrubých T_1-prostorů je konečně součinová, není spočetně součinová.
2. Třída prostorů s nejvýše jedním hromadným bodem není konečně součinová.
3. Třída diskrétních prostorů je konečně součinová, není spočetně součinová.
4. Separabilita je spočetně součinová vlastnost, není součinová.
5. Metrizovatelnost je spočetně součinová vlastnost, není součinová.
6. Uspořádatelnost není konečně součinová vlastnost.
7. Vlastnost mít spočetnou otevřenou bázi je spočetně součinová vlastnost, není součinová.
8. Vlastnost mít spočetnou bázi okolí v každém bodě je spočetně součinová vlastnost, není součinová.
9. Třída FU-prostorů není konečně součinová – viz cvičení.
10. Třída 0-dimenzionálních prostorů je součinová

Zachovávání vlastností součiny

1. Třída hrubých T_1-prostorů je konečně součinová, není spočetně součinová.
2. Třída prostorů s nejvýše jedním hromadným bodem není konečně součinová.
3. Třída diskrétních prostorů je konečně součinová, není spočetně součinová.
4. Separabilita je spočetně součinová vlastnost, není součinová.
5. Metrizovatelnost je spočetně součinová vlastnost, není součinová.
6. Uspořádatelnost není konečně součinová vlastnost.
7. Vlastnost mít spočetnou otevřenou bázi je spočetně součinová vlastnost, není součinová.
8. Vlastnost mít spočetnou bázi okolí v každém bodě je spočetně součinová vlastnost, není součinová.
9. Třída FU-prostorů není konečně součinová – viz cvičení.
10. Třída 0-dimenzionálních prostorů je součinová

Zachovávání vlastností součiny

1. Třída hrubých T_1-prostorů je konečně součinová, není spočetně součinová.
2. Třída prostorů s nejvýše jedním hromadným bodem není konečně součinová.
3. Třída diskrétních prostorů je konečně součinová, není spočetně součinová.
4. Separabilita je spočetně součinová vlastnost, není součinová.
5. Metrizovatelnost je spočetně součinová vlastnost, není součinová.
6. Uspořádatelnost není konečně součinová vlastnost.
7. Vlastnost mít spočetnou otevřenou bázi je spočetně součinová vlastnost, není součinová.
8. Vlastnost mít spočetnou bázi okolí v každém bodě je spočetně součinová vlastnost, není součinová.
9. Třída FU-prostorů není konečně součinová – viz cvičení.
10. Třída 0-dimenzionálních prostorů je součinová

Zachovávání vlastností součiny

1. Třída hrubých T_1-prostorů je konečně součinová, není spočetně součinová.
2. Třída prostorů s nejvýše jedním hromadným bodem není konečně součinová.
3. Třída diskrétních prostorů je konečně součinová, není spočetně součinová.
4. Separabilita je spočetně součinová vlastnost, není součinová.
5. Metrizovatelnost je spočetně součinová vlastnost, není součinová.
6. Uspořádatelnost není konečně součinová vlastnost.
7. Vlastnost mít spočetnou otevřenou bázi je spočetně součinová vlastnost, není součinová.
8. Vlastnost mít spočetnou bázi okolí v každém bodě je spočetně součinová vlastnost, není součinová.
9. Třída FU-prostorů není konečně součinová – viz cvičení.
10. Třída 0-dimenzionálních prostorů je součinová

Třídy, které jsou současně dědičné a součinové, jsou v topologii velmi důležité. Podle tvrzení z hlavního textu existuje souvislost s uzavřeností těchto tříd na slabá vytváření, což znamená, že prostor slabě vytvořený zobrazeními do prostorů z dané třídy též náleží do této třídy.

Dědičné a součinové třídy

Nechť $\mathcal{C}$ je třída topologických prostorů uzavřená na homeomorfizmy. Pak následující tvrzení jsou ekvivalentní:

1. $\mathcal{C}$ je dědičná, součinová a obsahuje všechny indiskrétní prostory.
2. $\mathcal{C}$ je uzavřená na slabá vytváření, tj. je-li X slabě vytvořen zobrazeními do prostorů z $\mathcal{C}$, náleží též do $\mathcal{C}$.
3. $\mathcal{C}$ je bireflektivní, což znamená, že pro každý prostor X existuje hrubší prostor $\widetilde{X}$ (tzv. bireflekce X) z $\mathcal{C}$ s vlastností, že každé spojité zobrazení z X do prostoru z $\mathcal{C}$ je spojité i na $\widetilde{X}$.

Důkaz

Dědičné a součinové třídy

Nechť $\mathcal{C}$ je třída topologických prostorů uzavřená na homeomorfizmy. Pak následující tvrzení jsou ekvivalentní:

1. $\mathcal{C}$ je dědičná, součinová a obsahuje všechny indiskrétní prostory.
2. $\mathcal{C}$ je uzavřená na slabá vytváření, tj. je-li X slabě vytvořen zobrazeními do prostorů z $\mathcal{C}$, náleží též do $\mathcal{C}$.
3. $\mathcal{C}$ je bireflektivní, což znamená, že pro každý prostor X existuje hrubší prostor $\widetilde{X}$ (tzv. bireflekce X) z $\mathcal{C}$ s vlastností, že každé spojité zobrazení z X do prostoru z $\mathcal{C}$ je spojité i na $\widetilde{X}$.

Důkaz.

Dědičné a součinové třídy

Nechť $\mathcal{C}$ je třída topologických prostorů uzavřená na homeomorfizmy. Pak následující tvrzení jsou ekvivalentní:

1. $\mathcal{C}$ je dědičná, součinová a obsahuje všechny indiskrétní prostory.
2. $\mathcal{C}$ je uzavřená na slabá vytváření, tj. je-li X slabě vytvořen zobrazeními do prostorů z $\mathcal{C}$, náleží též do $\mathcal{C}$.
3. $\mathcal{C}$ je bireflektivní, což znamená, že pro každý prostor X existuje hrubší prostor $\widetilde{X}$ (tzv. bireflekce X) z $\mathcal{C}$ s vlastností, že každé spojité zobrazení z X do prostoru z $\mathcal{C}$ je spojité i na $\widetilde{X}$.

Důkaz.

Dědičné a součinové třídy

Nechť $\mathcal{C}$ je třída topologických prostorů uzavřená na homeomorfizmy. Pak následující tvrzení jsou ekvivalentní:

1. $\mathcal{C}$ je dědičná, součinová a obsahuje všechny indiskrétní prostory.
2. $\mathcal{C}$ je uzavřená na slabá vytváření, tj. je-li X slabě vytvořen zobrazeními do prostorů z $\mathcal{C}$, náleží též do $\mathcal{C}$.
3. $\mathcal{C}$ je bireflektivní, což znamená, že pro každý prostor X existuje hrubší prostor $\widetilde{X}$ (tzv. bireflekce X) z $\mathcal{C}$ s vlastností, že každé spojité zobrazení z X do prostoru z $\mathcal{C}$ je spojité i na $\widetilde{X}$.

Důkaz.

Bireflektivní třídy

1. Třída 0-dimenzionálních prostorů je bireflektivní. Bireflekce $\widetilde{X}$ má za bázi všechny obojetné množiny z X.
2. Třída indiskrétních prostorů je bireflektivní. Je to nejmenší bireflektivní třída. Největší bireflektivní třídou je třída všech topologických prostorů.
3. Pro každou třídu topologických prostorů $\mathcal{C}$ existuje nejmenší bireflektivní třída obsahující $\mathcal{C}$. Tato třída se skládá z podprostorů součinů prostorů z $\mathcal{C}$ a indiskrétních prostorů. Nazývá se bireflektivní obal třídy $\mathcal{C}$.
4. Třída 0-dimenzionálních prostorů je bireflektivní obal dvoubodového diskrétního prostoru.
5. bireflektivní obal Sierpińského prostoru je třída všech topologických prostorů.

Bireflektivní třídy

1. Třída 0-dimenzionálních prostorů je bireflektivní. Bireflekce $\widetilde{X}$ má za bázi všechny obojetné množiny z X.
2. Třída indiskrétních prostorů je bireflektivní. Je to nejmenší bireflektivní třída. Největší bireflektivní třídou je třída všech topologických prostorů.
3. Pro každou třídu topologických prostorů $\mathcal{C}$ existuje nejmenší bireflektivní třída obsahující $\mathcal{C}$. Tato třída se skládá z podprostorů součinů prostorů z $\mathcal{C}$ a indiskrétních prostorů. Nazývá se bireflektivní obal třídy $\mathcal{C}$.
4. Třída 0-dimenzionálních prostorů je bireflektivní obal dvoubodového diskrétního prostoru.
5. bireflektivní obal Sierpińského prostoru je třída všech topologických prostorů.

Bireflektivní třídy

1. Třída 0-dimenzionálních prostorů je bireflektivní. Bireflekce $\widetilde{X}$ má za bázi všechny obojetné množiny z X.
2. Třída indiskrétních prostorů je bireflektivní. Je to nejmenší bireflektivní třída. Největší bireflektivní třídou je třída všech topologických prostorů.
3. Pro každou třídu topologických prostorů $\mathcal{C}$ existuje nejmenší bireflektivní třída obsahující $\mathcal{C}$. Tato třída se skládá z podprostorů součinů prostorů z $\mathcal{C}$ a indiskrétních prostorů. Nazývá se bireflektivní obal třídy $\mathcal{C}$.
4. Třída 0-dimenzionálních prostorů je bireflektivní obal dvoubodového diskrétního prostoru.
5. bireflektivní obal Sierpińského prostoru je třída všech topologických prostorů.

Bireflektivní třídy

1. Třída 0-dimenzionálních prostorů je bireflektivní. Bireflekce $\widetilde{X}$ má za bázi všechny obojetné množiny z X.
2. Třída indiskrétních prostorů je bireflektivní. Je to nejmenší bireflektivní třída. Největší bireflektivní třídou je třída všech topologických prostorů.
3. Pro každou třídu topologických prostorů $\mathcal{C}$ existuje nejmenší bireflektivní třída obsahující $\mathcal{C}$. Tato třída se skládá z podprostorů součinů prostorů z $\mathcal{C}$ a indiskrétních prostorů. Nazývá se bireflektivní obal třídy $\mathcal{C}$.
4. Třída 0-dimenzionálních prostorů je bireflektivní obal dvoubodového diskrétního prostoru.
5. bireflektivní obal Sierpińského prostoru je třída všech topologických prostorů.

Bireflektivní třídy

1. Třída 0-dimenzionálních prostorů je bireflektivní. Bireflekce $\widetilde{X}$ má za bázi všechny obojetné množiny z X.
2. Třída indiskrétních prostorů je bireflektivní. Je to nejmenší bireflektivní třída. Největší bireflektivní třídou je třída všech topologických prostorů.
3. Pro každou třídu topologických prostorů $\mathcal{C}$ existuje nejmenší bireflektivní třída obsahující $\mathcal{C}$. Tato třída se skládá z podprostorů součinů prostorů z $\mathcal{C}$ a indiskrétních prostorů. Nazývá se bireflektivní obal třídy $\mathcal{C}$.
4. Třída 0-dimenzionálních prostorů je bireflektivní obal dvoubodového diskrétního prostoru.
5. bireflektivní obal Sierpińského prostoru je třída všech topologických prostorů.

Některé vlastnosti silného vytváření

1. Topologie silně vytvořená souborem $\{f_a\}$ je supremum topologií silně vytvořených jednotlivými zobrazeními f_a.
2. Ukažte, že prosté zobrazení topologického X na topologický prostor Y je silně vytvářející právě když je homeomorfní. Z druhé strany, každý homeomorfismus je silně vytvářející.
3. Supremum souboru topologií $\{\mathcal{G}_a\}_A$ na množině X je silně vytvořeno souborem zobrazení $\{1_X : (X, \mathcal{G}_a) \to X\}_A$.
4. Topologie silně vytvořená souborem $\{f_a\}_A$ je silně vytvořená i souborem $\{f_a\}_A \cup \{g_b\}_B$, kde g_b jsou zobrazení z diskrétních prostorů.
5. Topologie silně vytvořená jediným zobrazením $f : Y \to X$ je diskrétní na $X \setminus f(Y)$ a tento podprostor je v X obojetnou množinou.

Některé vlastnosti silného vytváření

1. Topologie silně vytvořená souborem $\{f_a\}$ je supremum topologií silně vytvořených jednotlivými zobrazeními f_a.
2. Ukažte, že prosté zobrazení topologického X na topologický prostor Y je silně vytvářející právě když je homeomorfní. Z druhé strany, každý homeomorfismus je silně vytvářející.
3. Supremum souboru topologií $\{\mathcal{G}_a\}_A$ na množině X je silně vytvořeno souborem zobrazení $\{1_X : (X, \mathcal{G}_a) \to X\}_A$.
4. Topologie silně vytvořená souborem $\{f_a\}_A$ je silně vytvořená i souborem $\{f_a\}_A \cup \{g_b\}_B$, kde g_b jsou zobrazení z diskrétních prostorů.
5. Topologie silně vytvořená jediným zobrazením $f : Y \to X$ je diskrétní na $X \setminus f(Y)$ a tento podprostor je v X obojetnou množinou.

Některé vlastnosti silného vytváření

1. Topologie silně vytvořená souborem $\{f_a\}$ je supremum topologií silně vytvořených jednotlivými zobrazeními f_a.
2. Ukažte, že prosté zobrazení topologického X na topologický prostor Y je silně vytvářející právě když je homeomorfní. Z druhé strany, každý homeomorfismus je silně vytvářející.
3. Supremum souboru topologií $\{\mathcal{G}_a\}_A$ na množině X je silně vytvořeno souborem zobrazení $\{1_X : (X, \mathcal{G}_a) \to X\}_A$.
4. Topologie silně vytvořená souborem $\{f_a\}_A$ je silně vytvořená i souborem $\{f_a\}_A \cup \{g_b\}_B$, kde g_b jsou zobrazení z diskrétních prostorů.
5. Topologie silně vytvořená jediným zobrazením $f : Y \to X$ je diskrétní na $X \setminus f(Y)$ a tento podprostor je v X obojetnou množinou.

Některé vlastnosti silného vytváření

1. Topologie silně vytvořená souborem $\{f_a\}$ je supremum topologií silně vytvořených jednotlivými zobrazeními f_a.
2. Ukažte, že prosté zobrazení topologického X na topologický prostor Y je silně vytvářející právě když je homeomorfní. Z druhé strany, každý homeomorfismus je silně vytvářející.
3. Supremum souboru topologií $\{\mathcal{G}_a\}_A$ na množině X je silně vytvořeno souborem zobrazení $\{1_X : (X, \mathcal{G}_a) \to X\}_A$.
4. Topologie silně vytvořená souborem $\{f_a\}_A$ je silně vytvořená i souborem $\{f_a\}_A \cup \{g_b\}_B$, kde g_b jsou zobrazení z diskrétních prostorů.
5. Topologie silně vytvořená jediným zobrazením $f : Y \to X$ je diskrétní na $X \setminus f(Y)$ a tento podprostor je v X obojetnou množinou.

Některé vlastnosti silného vytváření

1. Topologie silně vytvořená souborem $\{f_a\}$ je supremum topologií silně vytvořených jednotlivými zobrazeními f_a.
2. Ukažte, že prosté zobrazení topologického X na topologický prostor Y je silně vytvářející právě když je homeomorfní. Z druhé strany, každý homeomorfismus je silně vytvářející.
3. Supremum souboru topologií $\{\mathcal{G}_a\}_A$ na množině X je silně vytvořeno souborem zobrazení $\{1_X : (X, \mathcal{G}_a) \to X\}_A$.
4. Topologie silně vytvořená souborem $\{f_a\}_A$ je silně vytvořená i souborem $\{f_a\}_A \cup \{g_b\}_B$, kde g_b jsou zobrazení z diskrétních prostorů.
5. Topologie silně vytvořená jediným zobrazením $f : Y \to X$ je diskrétní na $X \setminus f(Y)$ a tento podprostor je v X obojetnou množinou.

Kvocienty nelze vhodně popsat ani uzávěry, ani konvergencí. Zúžení kvocientového zobrazení na podprostor nemusí být kvocientové.

Vlastnosti kvocientů

Nechť Y je kvocient topologického prostoru X podle zobrazení f.

1. Najděte kvocientové zobrazení $\mathbb{R}$ na nespočetný indiskrétní prostor.
2. Najděte kvocient $\mathbb{R}$, který má každý bod uzavřený, ale není metrizovatelný (který nemá spočetnou bázi okolí nějakého bodu a tedy ani spočetnou otevřenou bázi).
3. Najděte kvocient $\mathbb{R}$, který není uspořádatelný a jehož každý bod je uzavřený.
4. Najděte kvocient $\mathbb{R}$, který není FU-prostor.
5. Každý kvocient sekvenčního prostoru je sekvenční.
6. Každý sekvenční prostor je kvocientem metrizovatelného prostoru.
7. Každá projekce součinu na souřadnicové podprostory je otevřená. Najděte příklad projekce součinu, která není uzavřená.

Vlastnosti kvocientů

Nechť Y je kvocient topologického prostoru X podle zobrazení f.

1. Najděte kvocientové zobrazení $\mathbb{R}$ na nespočetný indiskrétní prostor.
2. Najděte kvocient $\mathbb{R}$, který má každý bod uzavřený, ale není metrizovatelný (který nemá spočetnou bázi okolí nějakého bodu a tedy ani spočetnou otevřenou bázi).
3. Najděte kvocient $\mathbb{R}$, který není uspořádatelný a jehož každý bod je uzavřený.
4. Najděte kvocient $\mathbb{R}$, který není FU-prostor.
5. Každý kvocient sekvenčního prostoru je sekvenční.
6. Každý sekvenční prostor je kvocientem metrizovatelného prostoru.
7. Každá projekce součinu na souřadnicové podprostory je otevřená. Najděte příklad projekce součinu, která není uzavřená.

Vlastnosti kvocientů

Nechť Y je kvocient topologického prostoru X podle zobrazení f.

1. Najděte kvocientové zobrazení $\mathbb{R}$ na nespočetný indiskrétní prostor.
2. Najděte kvocient $\mathbb{R}$, který má každý bod uzavřený, ale není metrizovatelný (který nemá spočetnou bázi okolí nějakého bodu a tedy ani spočetnou otevřenou bázi).
3. Najděte kvocient $\mathbb{R}$, který není uspořádatelný a jehož každý bod je uzavřený.
4. Najděte kvocient $\mathbb{R}$, který není FU-prostor.
5. Každý kvocient sekvenčního prostoru je sekvenční.
6. Každý sekvenční prostor je kvocientem metrizovatelného prostoru.
7. Každá projekce součinu na souřadnicové podprostory je otevřená. Najděte příklad projekce součinu, která není uzavřená.

Vlastnosti kvocientů

Nechť Y je kvocient topologického prostoru X podle zobrazení f.

1. Najděte kvocientové zobrazení $\mathbb{R}$ na nespočetný indiskrétní prostor.
2. Najděte kvocient $\mathbb{R}$, který má každý bod uzavřený, ale není metrizovatelný (který nemá spočetnou bází okolí nějakého bodu a tedy ani spočetnou otevřenou bázi).
3. Najděte kvocient $\mathbb{R}$, který není uspořádatelný a jehož každý bod je uzavřený.
4. Najděte kvocient $\mathbb{R}$, který není FU-prostor.
5. Každý kvocient sekvenčního prostoru je sekvenční.
6. Každý sekvenční prostor je kvocientem metrizovatelného prostoru.
7. Každá projekce součinu na souřadnicové podprostory je otevřená. Najděte příklad projekce součinu, která není uzavřená.

Vlastnosti kvocientů

Nechť Y je kvocient topologického prostoru X podle zobrazení f.

1. Najděte kvocientové zobrazení $\mathbb{R}$ na nespočetný indiskrétní prostor.
2. Najděte kvocient $\mathbb{R}$, který má každý bod uzavřený, ale není metrizovatelný (který nemá spočetnou bázi okolí nějakého bodu a tedy ani spočetnou otevřenou bázi).
3. Najděte kvocient $\mathbb{R}$, který není uspořádatelný a jehož každý bod je uzavřený.
4. Najděte kvocient $\mathbb{R}$, který není FU-prostor.
5. Každý kvocient sekvenčního prostoru je sekvenční.
6. Každý sekvenční prostor je kvocientem metrizovatelného prostoru.
7. Každá projekce součinu na souřadnicové podprostory je otevřená. Najděte příklad projekce součinu, která není uzavřená.

Vlastnosti kvocientů

Nechť Y je kvocient topologického prostoru X podle zobrazení f.

1. Najděte kvocientové zobrazení $\mathbb{R}$ na nespočetný indiskrétní prostor.
2. Najděte kvocient $\mathbb{R}$, který má každý bod uzavřený, ale není metrizovatelný (který nemá spočetnou bázi okolí nějakého bodu a tedy ani spočetnou otevřenou bázi).
3. Najděte kvocient $\mathbb{R}$, který není uspořádatelný a jehož každý bod je uzavřený.
4. Najděte kvocient $\mathbb{R}$, který není FU-prostor.
5. Každý kvocient sekvenčního prostoru je sekvenční.
6. Každý sekvenční prostor je kvocientem metrizovatelného prostoru.
7. Každá projekce součinu na souřadnicové podprostory je otevřená. Najděte příklad projekce součinu, která není uzavřená.

Vlastnosti kvocientů

Nechť Y je kvocient topologického prostoru X podle zobrazení f.

1. Najděte kvocientové zobrazení $\mathbb{R}$ na nespočetný indiskrétní prostor.
2. Najděte kvocient $\mathbb{R}$, který má každý bod uzavřený, ale není metrizovatelný (který nemá spočetnou bázi okolí nějakého bodu a tedy ani spočetnou otevřenou bázi).
3. Najděte kvocient $\mathbb{R}$, který není uspořádatelný a jehož každý bod je uzavřený.
4. Najděte kvocient $\mathbb{R}$, který není FU-prostor.
5. Každý kvocient sekvenčního prostoru je sekvenční.
6. Každý sekvenční prostor je kvocientem metrizovatelného prostoru.
7. Každá projekce součinu na souřadnicové podprostory je otevřená. Najděte příklad projekce součinu, která není uzavřená.

Vlastnosti kvocientů

Nechť Y je kvocient topologického prostoru X podle zobrazení f.

1. Najděte kvocientové zobrazení $\mathbb{R}$ na nespočetný indiskrétní prostor.
2. Najděte kvocient $\mathbb{R}$, který má každý bod uzavřený, ale není metrizovatelný (který nemá spočetnou bázi okolí nějakého bodu a tedy ani spočetnou otevřenou bázi).
3. Najděte kvocient $\mathbb{R}$, který není uspořádatelný a jehož každý bod je uzavřený.
4. Najděte kvocient $\mathbb{R}$, který není FU-prostor.
5. Každý kvocient sekvenčního prostoru je sekvenční.
6. Každý sekvenční prostor je kvocientem metrizovatelného prostoru.
7. Každá projekce součinu na souřadnicové podprostory je otevřená. Najděte příklad projekce součinu, která není uzavřená.

Lze provést duální postup k definicím a vlastnostem týkajících se dědičnosti a součinovosti. Dostanou se obdobná tvrzení:

Třídy uzavřené na kvocienty a součty

Nechť $\mathcal{C}$ je třída topologických prostorů uzavřená na homeomorfizmy. Pak následující tvrzení jsou ekvivalentní:

1. $\mathcal{C}$ je uzavřené na kvocienty a součty a obsahuje všechny diskrétní prostory.
2. $\mathcal{C}$ je uzavřená na silná vytváření.
3. $\mathcal{C}$ je koreflektivní, což znamená, že pro každý prostor X existuje jemnější prostor $\widetilde{X}$ (tzv. koreflekce X) z $\mathcal{C}$ s vlastností, že každé spojité zobrazení z prostoru z $\mathcal{C}$ do X je spojité i do $\widetilde{X}$.

Třídy uzavřené na kvocienty a součty

Nechť $\mathcal{C}$ je třída topologických prostorů uzavřená na homeomorfizmy. Pak následující tvrzení jsou ekvivalentní:

1. $\mathcal{C}$ je uzavřené na kvocienty a součty a obsahuje všechny diskrétní prostory.
2. $\mathcal{C}$ je uzavřená na silná vytváření.
3. $\mathcal{C}$ je koreflektivní, což znamená, že pro každý prostor X existuje jemnější prostor $\widetilde{X}$ (tzv. koreflekce X) z $\mathcal{C}$ s vlastností, že každé spojité zobrazení z prostoru z $\mathcal{C}$ do X je spojité i do $\widetilde{X}$.

Třídy uzavřené na kvocienty a součty

Nechť $\mathcal{C}$ je třída topologických prostorů uzavřená na homeomorfizmy. Pak následující tvrzení jsou ekvivalentní:

1. $\mathcal{C}$ je uzavřené na kvocienty a součty a obsahuje všechny diskrétní prostory.
2. $\mathcal{C}$ je uzavřená na silná vytváření.
3. $\mathcal{C}$ je koreflektivní, což znamená, že pro každý prostor X existuje jemnější prostor $\widetilde{X}$ (tzv. koreflekce X) z $\mathcal{C}$ s vlastností, že každé spojité zobrazení z prostoru z $\mathcal{C}$ do X je spojité i do $\widetilde{X}$.

Třídy uzavřené na kvocienty a součty

Nechť $\mathcal{C}$ je třída topologických prostorů uzavřená na homeomorfizmy. Pak následující tvrzení jsou ekvivalentní:

1. $\mathcal{C}$ je uzavřené na kvocienty a součty a obsahuje všechny diskrétní prostory.
2. $\mathcal{C}$ je uzavřená na silná vytváření.
3. $\mathcal{C}$ je koreflektivní, což znamená, že pro každý prostor X existuje jemnější prostor $\widetilde{X}$ (tzv. koreflekce X) z $\mathcal{C}$ s vlastností, že každé spojité zobrazení z prostoru z $\mathcal{C}$ do X je spojité i do $\widetilde{X}$.

Koreflektivní třídy

1. Třída sekvenčních prostorů je koreflektivní. Bireflekce $\widetilde{X}$ je topologie určená všemi konvergentními posloupnostmi z X.
2. Třída diskrétních prostorů je koreflektivní. Je to nejmenší koreflektivní třída. Největší koreflektivní třídou je třída všech topologických prostorů.
3. Pro každou třídu topologických prostorů $\mathcal{C}$ existuje nejmenší koreflektivní třída obsahující $\mathcal{C}$. Tato třída se skládá z kvocientů součtů prostorů z $\mathcal{C}$. Nazývá se koreflektivní obal třídy $\mathcal{C}$.
4. Třída sekvenčních prostorů je bireflektivní obal prostoru $\omega + 1$ (konvergentní posloupnosti).
5. Třída diskrétních prostorů je bireflektivní obal libovolného diskrétního prostoru.
6. Koreflektivní obal třídy všech prostorů s jedním neizolovaným bodem jsou všechny topologické prostory.
7. Třída sekvenčních prostorů je koreflektivní obal konvergentní posloupnosti $\omega + 1$.

Koreflektivní třídy

1. Třída sekvenčních prostorů je koreflektivní. Bireflekce $\widetilde{X}$ je topologie určená všemi konvergentními posloupnostmi z X.
2. Třída diskrétních prostorů je koreflektivní. Je to nejmenší koreflektivní třída. Největší koreflektivní třídou je třída všech topologických prostorů.
3. Pro každou třídu topologických prostorů $\mathcal{C}$ existuje nejmenší koreflektivní třída obsahující $\mathcal{C}$. Tato třída se skládá z kvocientů součtů prostorů z $\mathcal{C}$. Nazývá se koreflektivní obal třídy $\mathcal{C}$.
4. Třída sekvenčních prostorů je bireflektivní obal prostoru $\omega + 1$ (konvergentní posloupnosti).
5. Třída diskrétních prostorů je bireflektivní obal libovolného diskrétního prostoru.
6. Koreflektivní obal třídy všech prostorů s jedním neizolovaným bodem jsou všechny topologické prostory.
7. Třída sekvenčních prostorů je koreflektivní obal konvergentní posloupnosti $\omega + 1$.

Koreflektivní třídy

1. Třída sekvenčních prostorů je koreflektivní. Bireflekce $\widetilde{X}$ je topologie určená všemi konvergentními posloupnostmi z X.
2. Třída diskrétních prostorů je koreflektivní. Je to nejmenší koreflektivní třída. Největší koreflektivní třídou je třída všech topologických prostorů.
3. Pro každou třídu topologických prostorů $\mathcal{C}$ existuje nejmenší koreflektivní třída obsahující $\mathcal{C}$. Tato třída se skládá z kvocientů součtů prostorů z $\mathcal{C}$. Nazývá se koreflektivní obal třídy $\mathcal{C}$.
4. Třída sekvenčních prostorů je bireflektivní obal prostoru $\omega + 1$ (konvergentní posloupnosti).
5. Třída diskrétních prostorů je bireflektivní obal libovolného diskrétního prostoru.
6. Koreflektivní obal třídy všech prostorů s jedním neizolovaným bodem jsou všechny topologické prostory.
7. Třída sekvenčních prostorů je koreflektivní obal konvergentní posloupnosti $\omega + 1$.

Koreflektivní třídy

1. Třída sekvenčních prostorů je koreflektivní. Bireflekce $\widetilde{X}$ je topologie určená všemi konvergentními posloupnostmi z X.
2. Třída diskrétních prostorů je koreflektivní. Je to nejmenší koreflektivní třída. Největší koreflektivní třídou je třída všech topologických prostorů.
3. Pro každou třídu topologických prostorů $\mathcal{C}$ existuje nejmenší koreflektivní třída obsahující $\mathcal{C}$. Tato třída se skládá z kvocientů součtů prostorů z $\mathcal{C}$. Nazývá se koreflektivní obal třídy $\mathcal{C}$.
4. Třída sekvenčních prostorů je bireflektivní obal prostoru $\omega + 1$ (konvergentní posloupnosti).
5. Třída diskrétních prostorů je bireflektivní obal libovolného diskrétního prostoru.
6. Koreflektivní obal třídy všech prostorů s jedním neizolovaným bodem jsou všechny topologické prostory.
7. Třída sekvenčních prostorů je koreflektivní obal konvergentní posloupnosti $\omega + 1$.

Koreflektivní třídy

1. Třída sekvenčních prostorů je koreflektivní. Bireflekce $\widetilde{X}$ je topologie určená všemi konvergentními posloupnostmi z X.
2. Třída diskrétních prostorů je koreflektivní. Je to nejmenší koreflektivní třída. Největší koreflektivní třídou je třída všech topologických prostorů.
3. Pro každou třídu topologických prostorů $\mathcal{C}$ existuje nejmenší koreflektivní třída obsahující $\mathcal{C}$. Tato třída se skládá z kvocientů součtů prostorů z $\mathcal{C}$. Nazývá se koreflektivní obal třídy $\mathcal{C}$.
4. Třída sekvenčních prostorů je bireflektivní obal prostoru $\omega + 1$ (konvergentní posloupnosti).
5. Třída diskrétních prostorů je bireflektivní obal libovolného diskrétního prostoru.
6. Koreflektivní obal třídy všech prostorů s jedním neizolovaným bodem jsou všechny topologické prostory.
7. Třída sekvenčních prostorů je koreflektivní obal konvergentní posloupnosti $\omega + 1$.

Koreflektivní třídy

1. Třída sekvenčních prostorů je koreflektivní. Bireflekce $\widetilde{X}$ je topologie určená všemi konvergentními posloupnostmi z X.
2. Třída diskrétních prostorů je koreflektivní. Je to nejmenší koreflektivní třída. Největší koreflektivní třídou je třída všech topologických prostorů.
3. Pro každou třídu topologických prostorů $\mathcal{C}$ existuje nejmenší koreflektivní třída obsahující $\mathcal{C}$. Tato třída se skládá z kvocientů součtů prostorů z $\mathcal{C}$. Nazývá se koreflektivní obal třídy $\mathcal{C}$.
4. Třída sekvenčních prostorů je bireflektivní obal prostoru $\omega + 1$ (konvergentní posloupnosti).
5. Třída diskrétních prostorů je bireflektivní obal libovolného diskrétního prostoru.
6. Koreflektivní obal třídy všech prostorů s jedním neizolovaným bodem jsou všechny topologické prostory.
7. Třída sekvenčních prostorů je koreflektivní obal konvergentní posloupnosti $\omega + 1$.

Prostory zobrazení

1. Ukažte, že je-li X metrizovatelný, je $C_p^*(X)$ je hustá podmnožina mocniny $\mathbb{R}^X$.
2. Ukažte, že $C_u^*(X)$ je uzavřená podmnožina mocniny $\mathbb{R}^X$.
3. Najděte příklad prostoru X takového, že $C_p^*(X)$ je uzavřená vlastní podmnožina $\mathbb{R}^X$.
4. Kdy je $C_p(X) = \mathbb{R}^X$ nebo $C_p^*(X) = \mathbb{R}^X$?

Prostory zobrazení

1. Ukažte, že je-li X metrizovatelný, je $C_p^*(X)$ je hustá podmnožina mocniny $\mathbb{R}^X$.
2. Ukažte, že $C_u^*(X)$ je uzavřená podmnožina mocniny $\mathbb{R}^X$.
3. Najděte příklad prostoru X takového, že $C_p^*(X)$ je uzavřená vlastní podmnožina $\mathbb{R}^X$.
4. Kdy je $C_p(X) = \mathbb{R}^X$ nebo $C_p^*(X) = \mathbb{R}^X$?

Prostory zobrazení

1. Ukažte, že je-li X metrizovatelný, je $C_p^*(X)$ je hustá podmnožina mocniny $\mathbb{R}^X$.
2. Ukažte, že $C_u^*(X)$ je uzavřená podmnožina mocniny $\mathbb{R}^X$.
3. Najděte příklad prostoru X takového, že $C_p^*(X)$ je uzavřená vlastní podmnožina $\mathbb{R}^X$.
4. Kdy je $C_p(X) = \mathbb{R}^X$ nebo $C_p^*(X) = \mathbb{R}^X$?

Prostory zobrazení

1. Ukažte, že je-li X metrizovatelný, je $C_p^*(X)$ je hustá podmnožina mocniny $\mathbb{R}^X$.
2. Ukažte, že $C_u^*(X)$ je uzavřená podmnožina mocniny $\mathbb{R}^X$.
3. Najděte příklad prostoru X takového, že $C_p^*(X)$ je uzavřená vlastní podmnožina $\mathbb{R}^X$.
4. Kdy je $C_p(X) = \mathbb{R}^X$ nebo $C_p^*(X) = \mathbb{R}^X$?