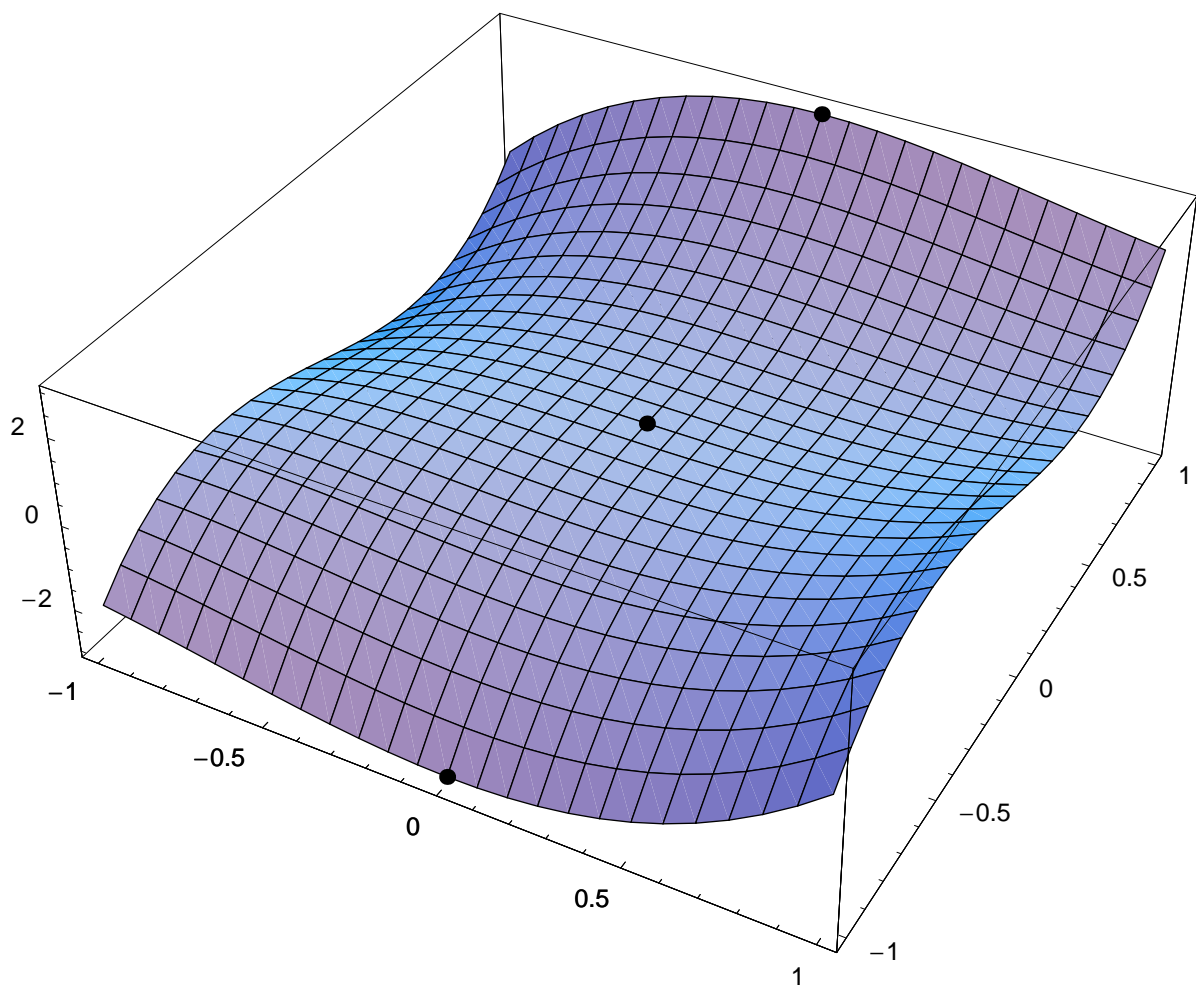


Obrázky ke kapitole 17

Příklad 17.1 na str. 182

$$f(x, y) = x^3 - 2x^2y + 3y^3, X = \langle -1, 1 \rangle^2.$$

Na obrázku je vyznačen stacionární bod funkce f v $\text{int}(X)$
a body z ∂X , v nichž f nabývá svých (absolutních) extrémů.

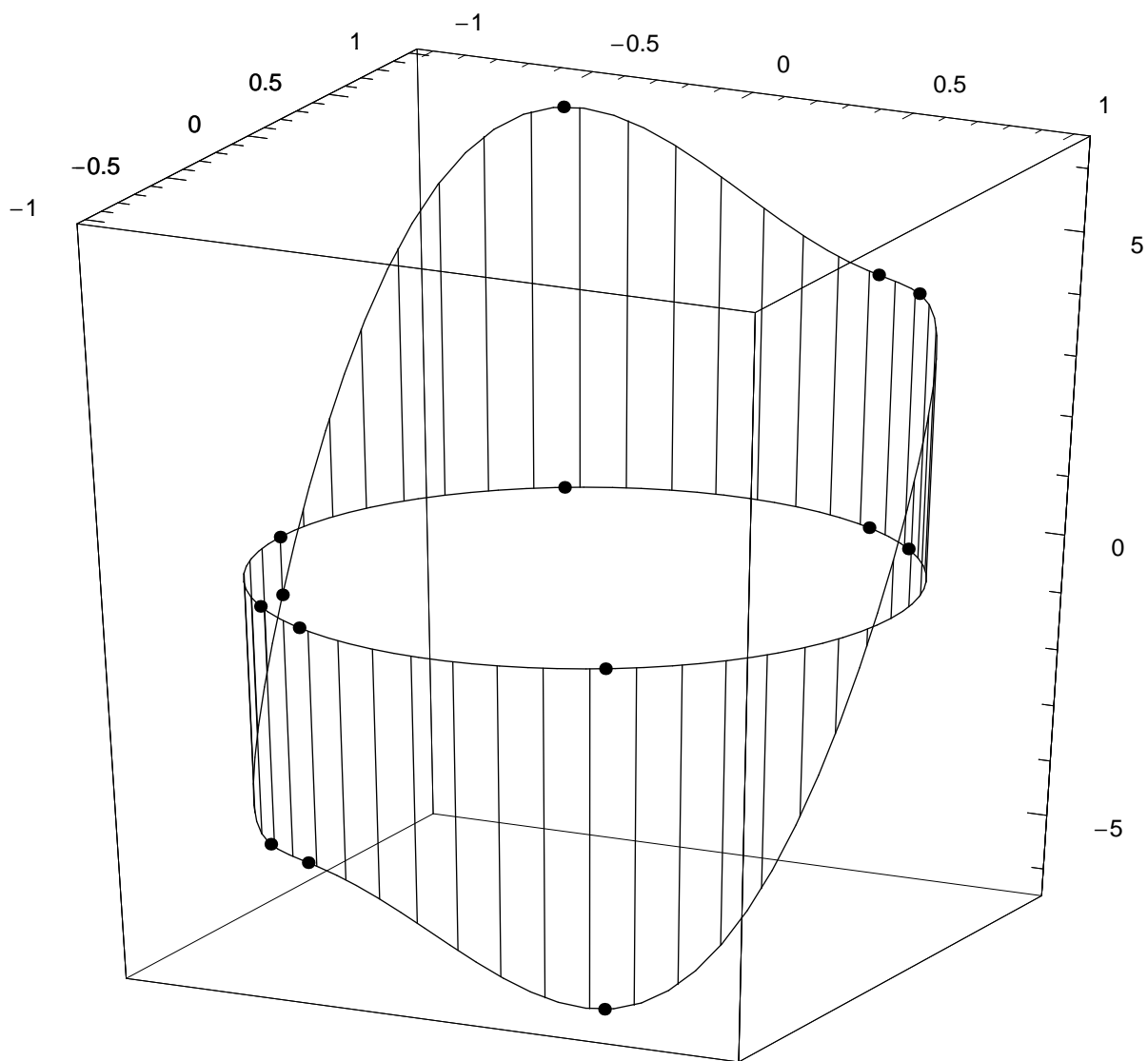


Příklad 17.2 na str. 182

$$f(x, y) = 4x^3 - 3x - 4y^3 + 9y, X = \{(x, y); x^2 + y^2 \leq 1.\}$$

Funkce f nemá v $\text{int } X$ žádné stacionární body;

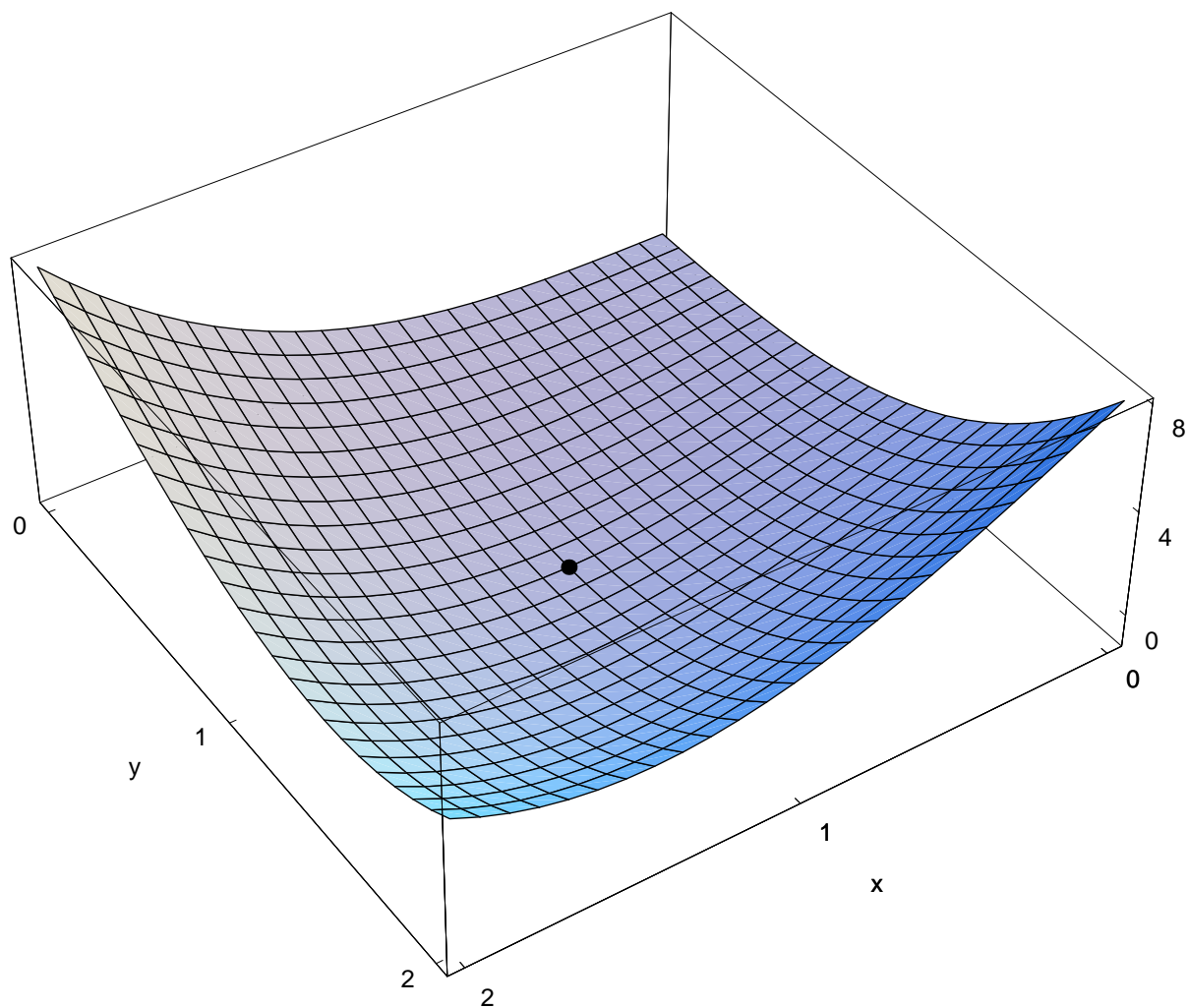
na obrázku je jednotková kružnice C a graf restrikce $f|_C$ spolu s příslušnými stacionárními body.



Příklad 17.5 na str. 187

$$f(x, y) = x^3 - 3xy + y^3, X = \mathbb{R}_+^2.$$

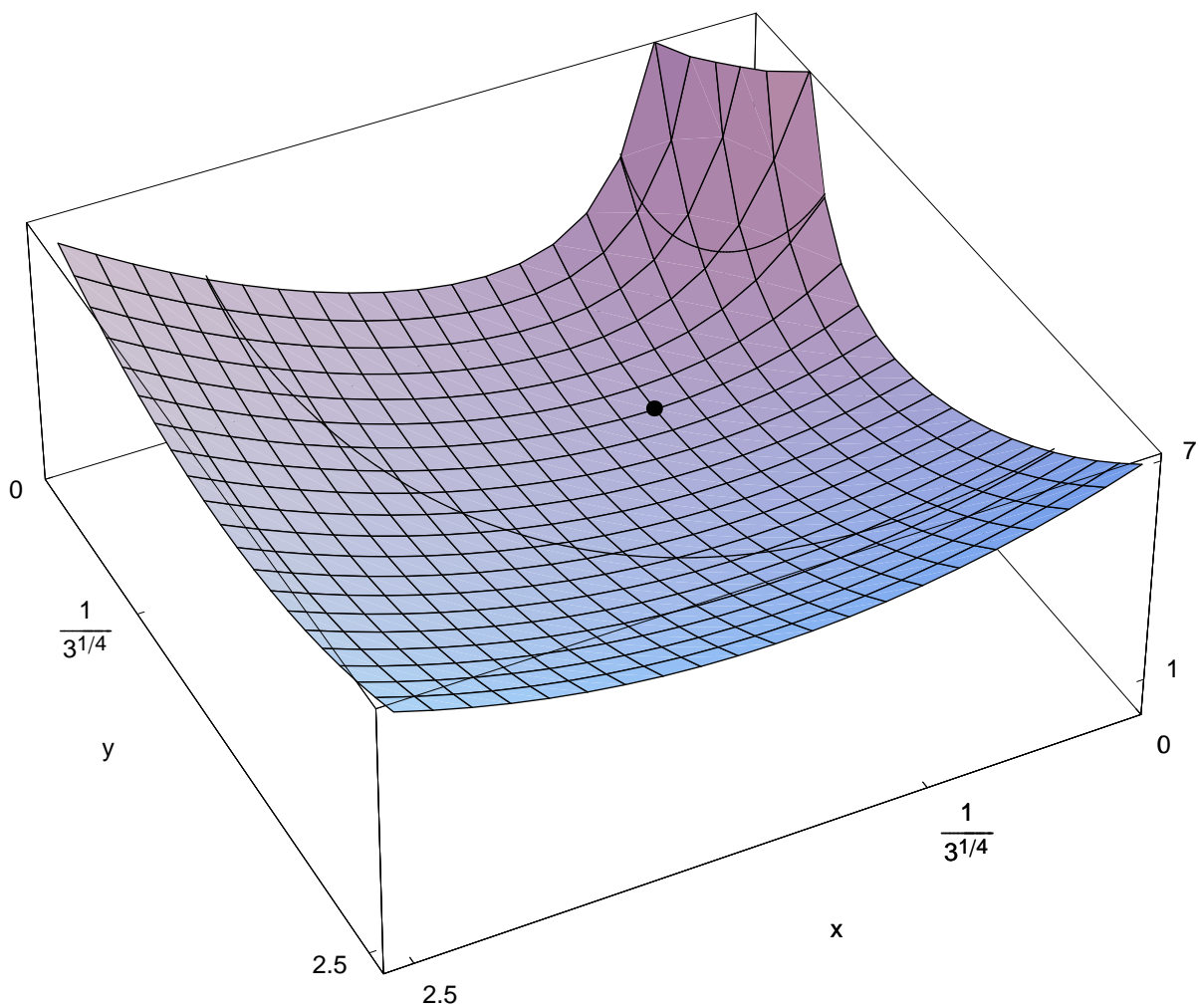
Graf restrikce $f|_{\langle 0, 2 \rangle^2}$ s vyznačeným minimem.



Příklad 17.6 na str. 188

$$f(x, y) = x^2 - xy + y^2 + 1/(x^2 + xy + y^2), X = \mathbb{R}_+^2.$$

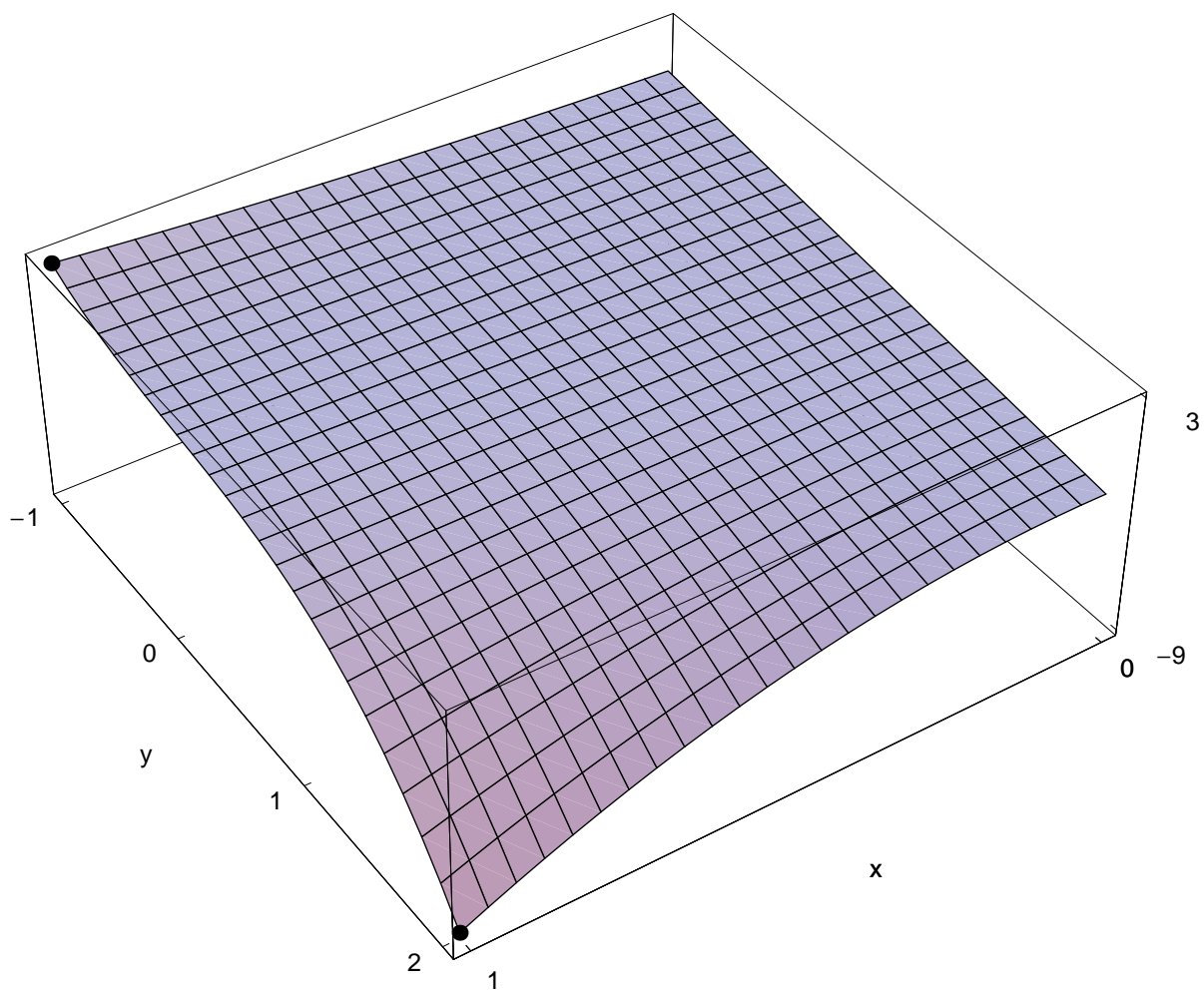
Graf funkce $f|_{\langle 0, 2.6 \rangle^2}$, jejíž obor hodnot byl restringován na interval $\langle 0, 7 \rangle$;
vyznačeno minimum a obrazy čtvrtkružnic $x^2 + y^2 = \frac{1}{4}$, $x^2 + y^2 = 4$, $x \geq 0, y \geq 0$.



Cvičení 17.01 na str. 196

$$f(x, y) = x - y - x^2y^3, X = \langle 0, 1 \rangle \times \langle -1, 2 \rangle.$$

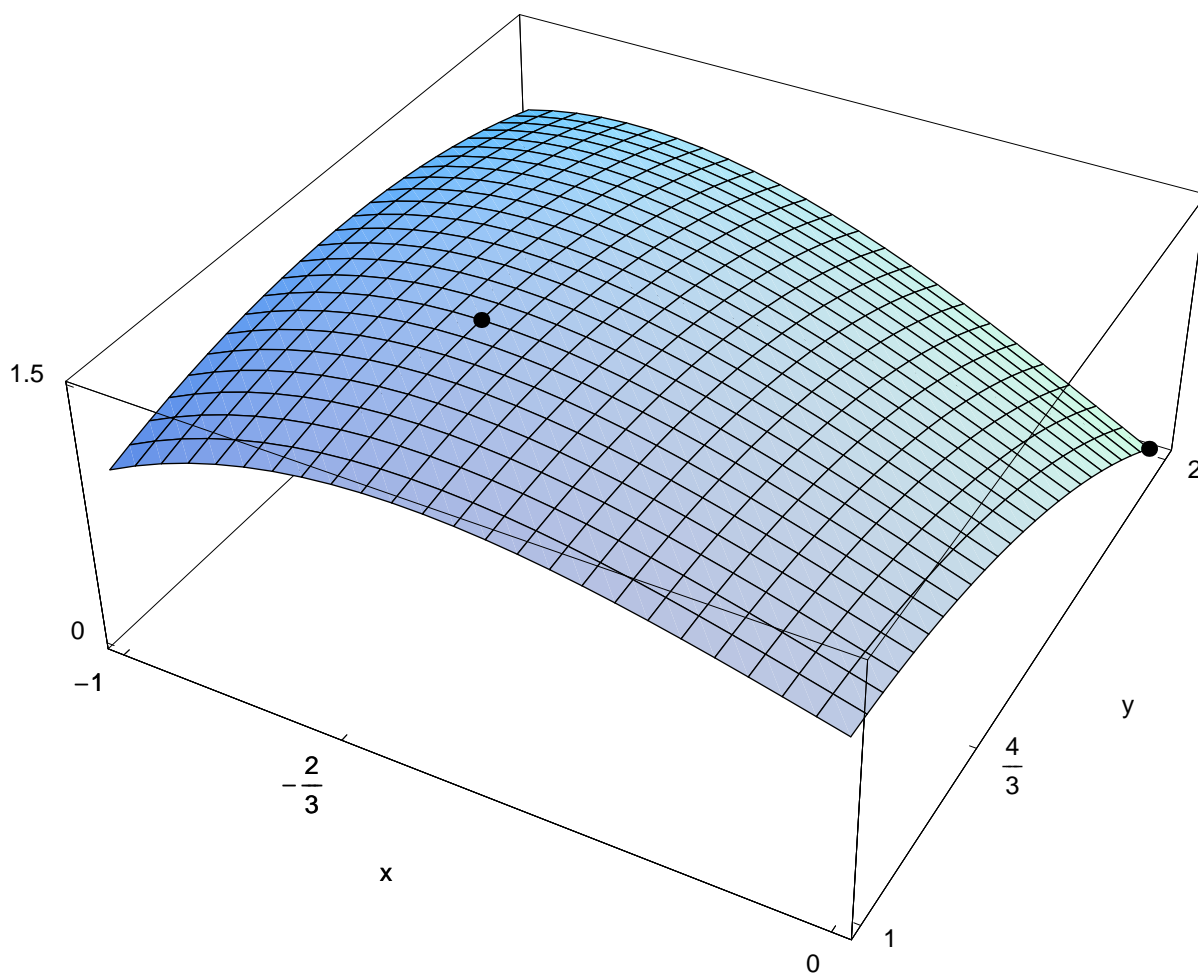
Graf funkce f s vyznačenými extrémy.



Cvičení 17.02 na str. 196

$$f(x, y) = x^3 - xy + 2y - y^2, X = \langle -1, 0 \rangle \times \langle 1, 2 \rangle.$$

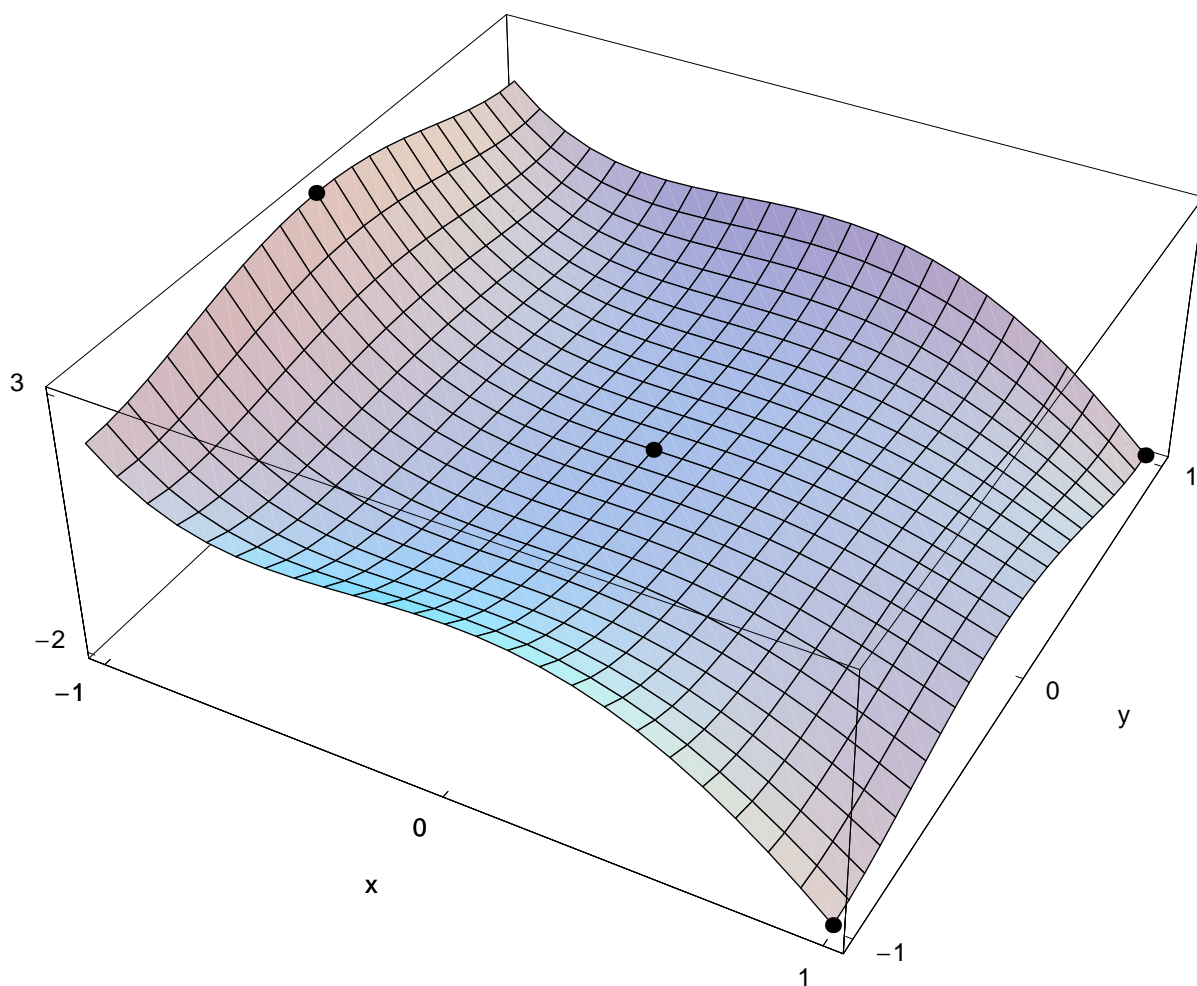
Graf funkce f s vyznačenými extrémy.



Cvičení 17.03 na str. 196

$$f(x, y) = x^4 - 2x^3 - 2x^2y^2 + y^4, X = \langle -1, 1 \rangle^2.$$

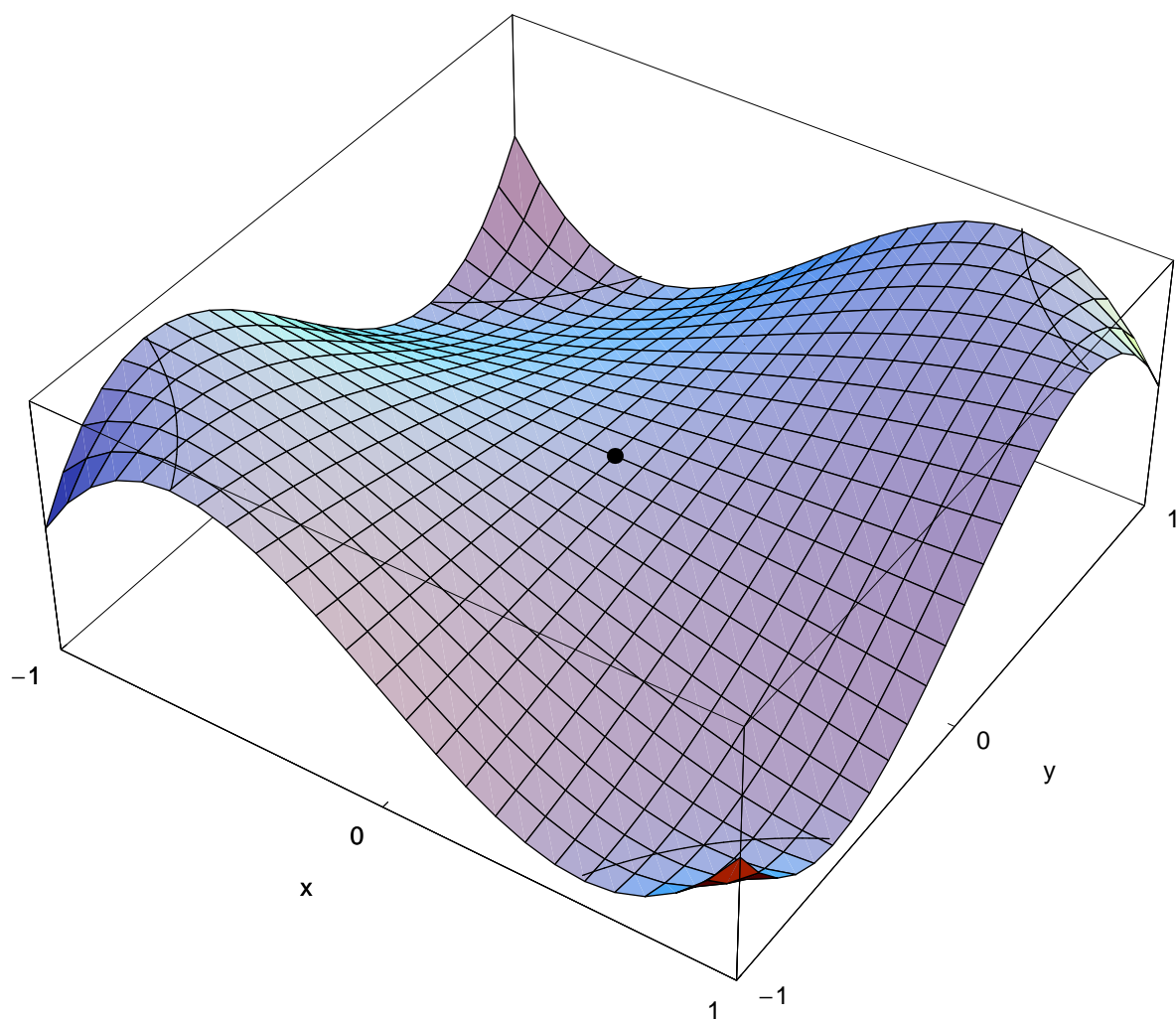
Graf funkce f s vyznačenými třemi extrémy a jedním stacionárním bodem v int X .



Cvičení 17.04 na str. 196

$$f(x, y) = xy(1 - x^2y^2), X = \langle -1, 1 \rangle^2.$$

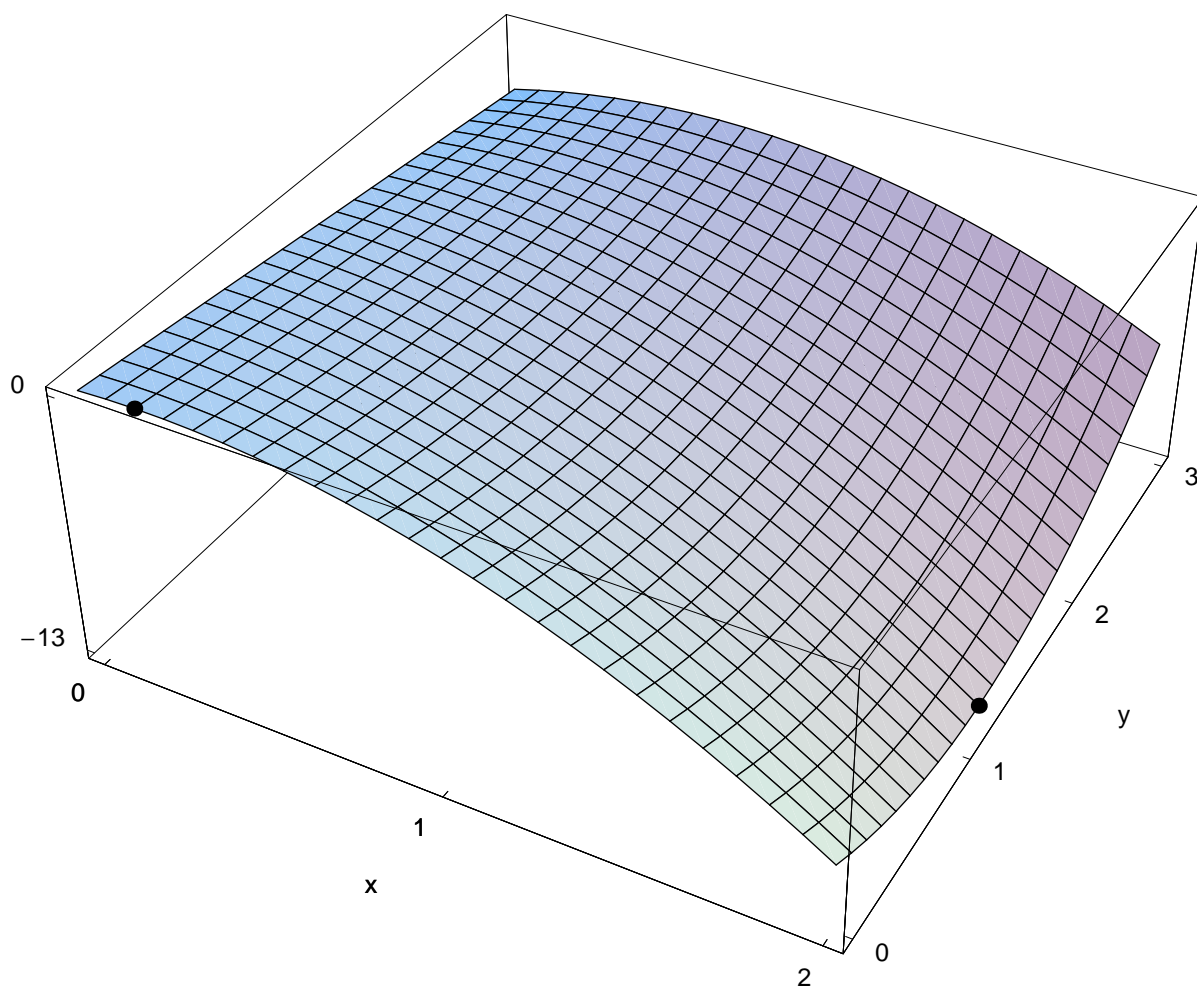
Funkce f má jeden stacionární bod v int X ; svých extrémů nabývá na dvou hyperbolách.



Cvičení 17.05 na str. 196

$$f(x, y) = xy^2 - 2xy - 3x^2 + x - y, X = \langle 0, 2 \rangle \times \langle 0, 3 \rangle.$$

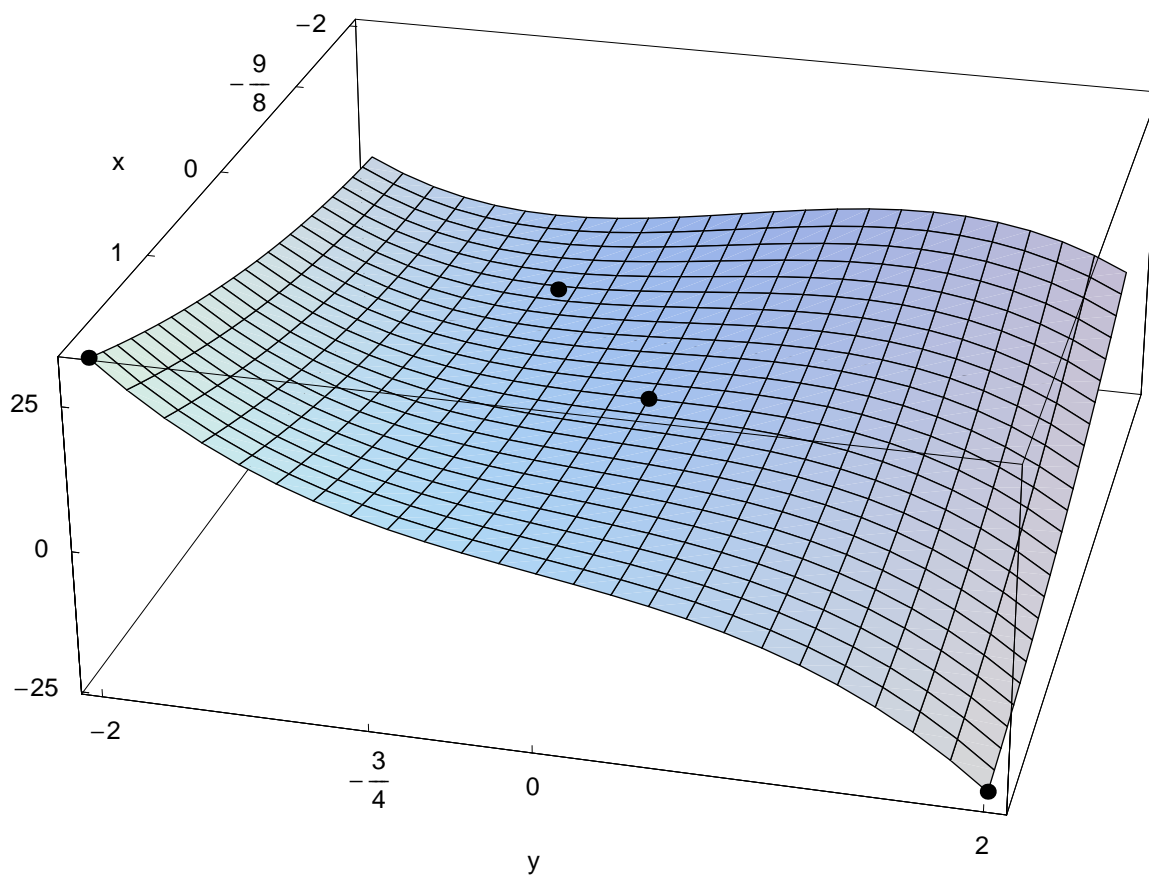
Graf funkce f s vyznačenými extrémy.



Cvičení 17.06 na str. 196

$$f(x, y) = x^2 - 3xy - 2y^3, X = \langle -2, 2 \rangle^2.$$

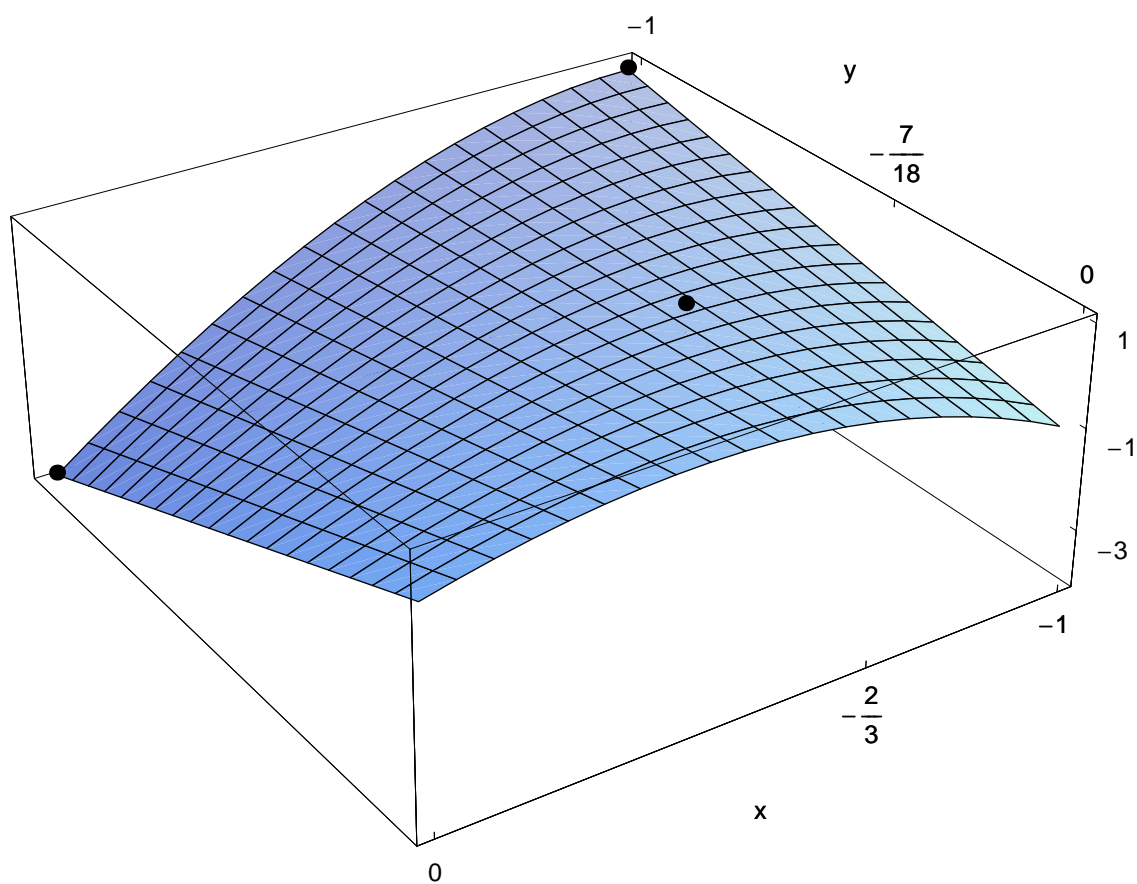
Graf funkce f s vyznačenými extrémy a dvěma stacionárními body v int X .



Cvičení 17.07 na str. 196

$$f(x, y) = x^3 - 3x^2 + 6xy - 3x + 4y, X = \langle -1, 0 \rangle^2.$$

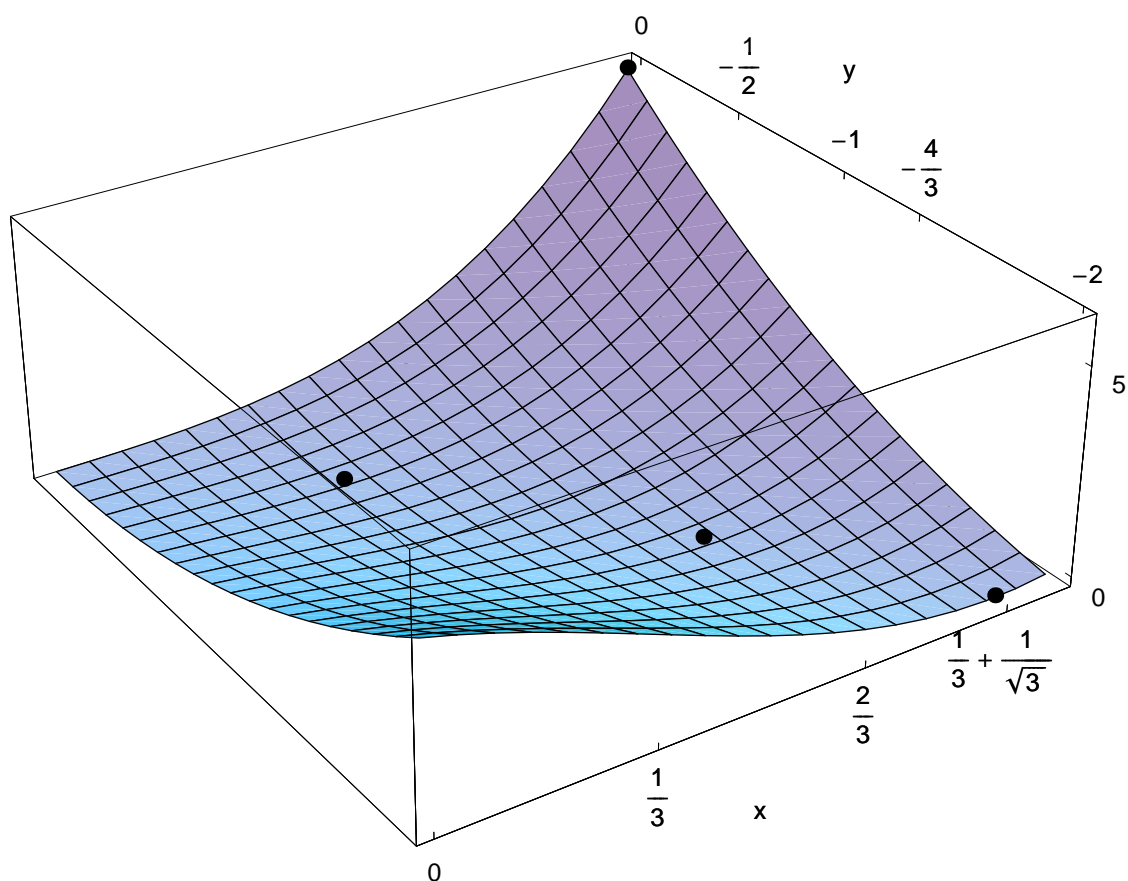
Graf funkce f s vyznačenými extrémy a jedním stacionárním bodem v int X .



Cvičení 17.08 na str. 196

$$f(x, y) = 6x^3 + 2xy + 3x^2y + y^2, X = \langle 0, 1 \rangle \times \langle -2, 0 \rangle.$$

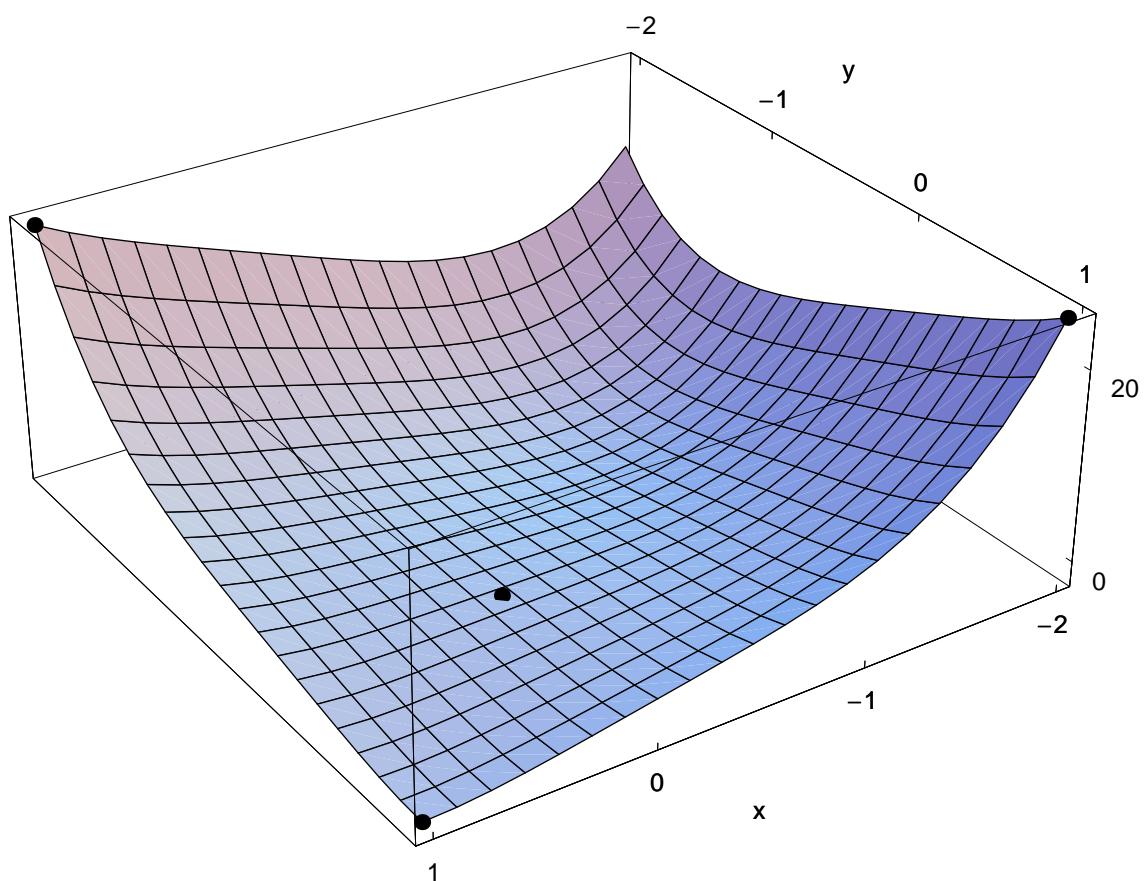
Graf funkce f s vyznačenými extrémy a dvěma stacionárními body v int X .



Cvičení 17.09 na str. 196

$$f(x, y) = x^4 - 4xy + y^4, X = \langle -2, 1 \rangle^2.$$

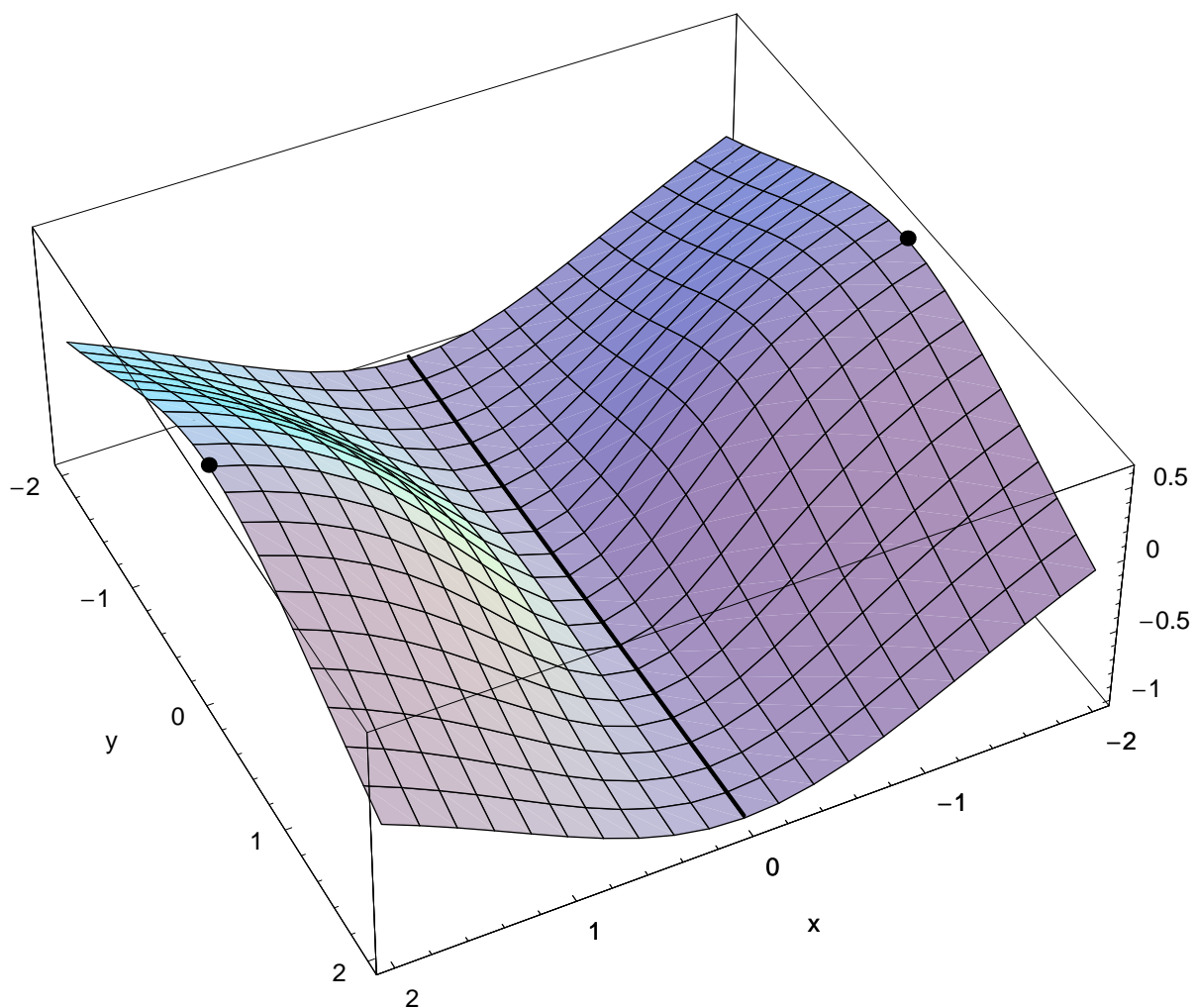
Graf funkce f s vyznačenými extrémy a jedním stacionárním bodem v int X .



Cvičení 17.10 na str. 196

$$f(x, y) = (x^2 - y^2 - 1)/(x^2 + y^2 + 1), X = \langle -2, 2 \rangle^2.$$

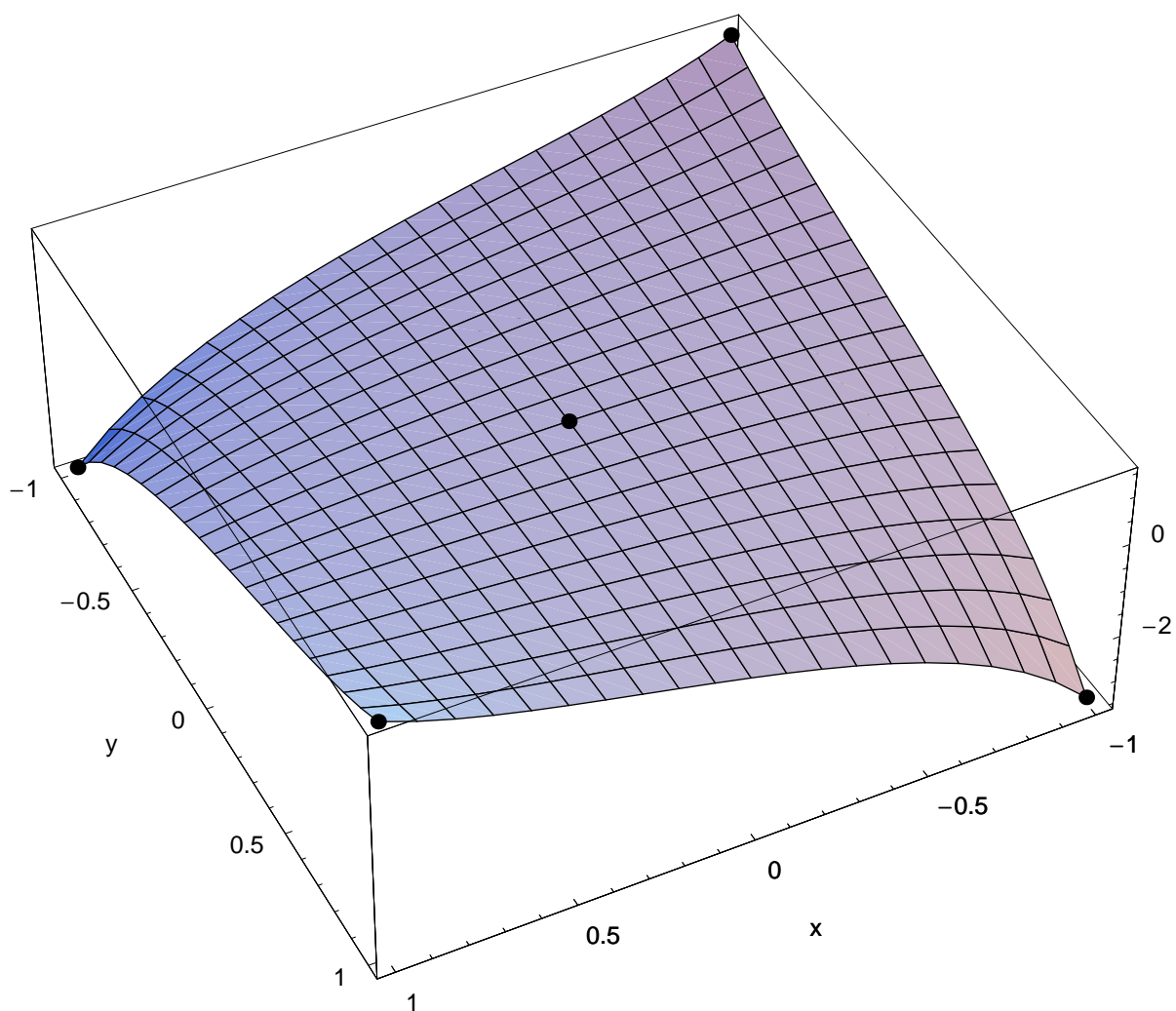
Graf funkce f s vyznačenými extrémy (kterých nabývá ve dvou bodech a na jedné úsečce).



Cvičení 17.11 na str. 196

$$f(x, y) = (x^2 - 5xy + y^2)/(x^2 + y^2 - 4), X = \langle -1, 1 \rangle^2.$$

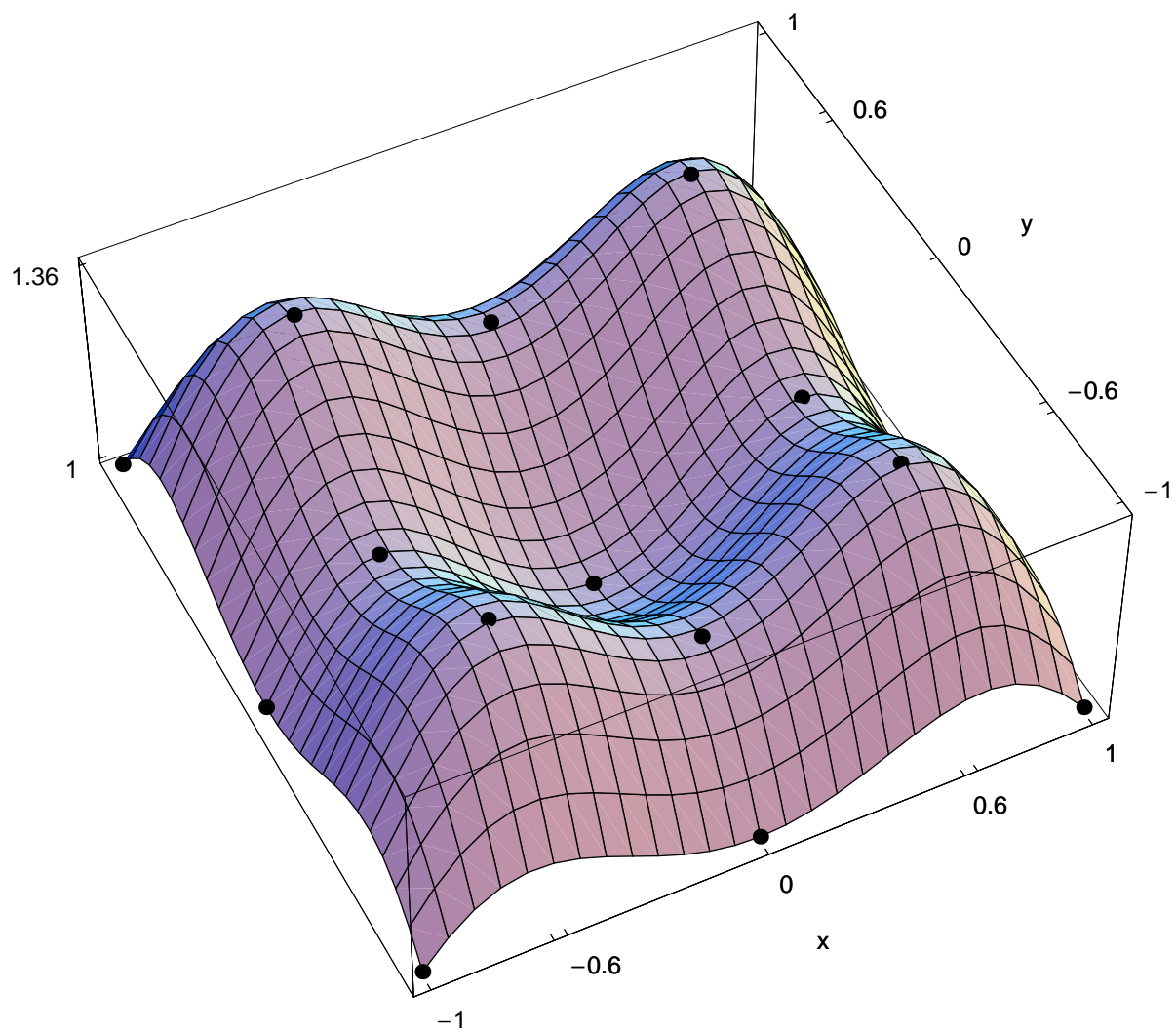
Graf funkce f s vyznačenými extrémy a jedním stacionárním bodem v int X .



Cvičení 17.12 na str. 196

$$f(x, y) = (x^2 + y^2 + 1)/(x^4 + y^4 + 1), X = \langle -1, 1 \rangle^2.$$

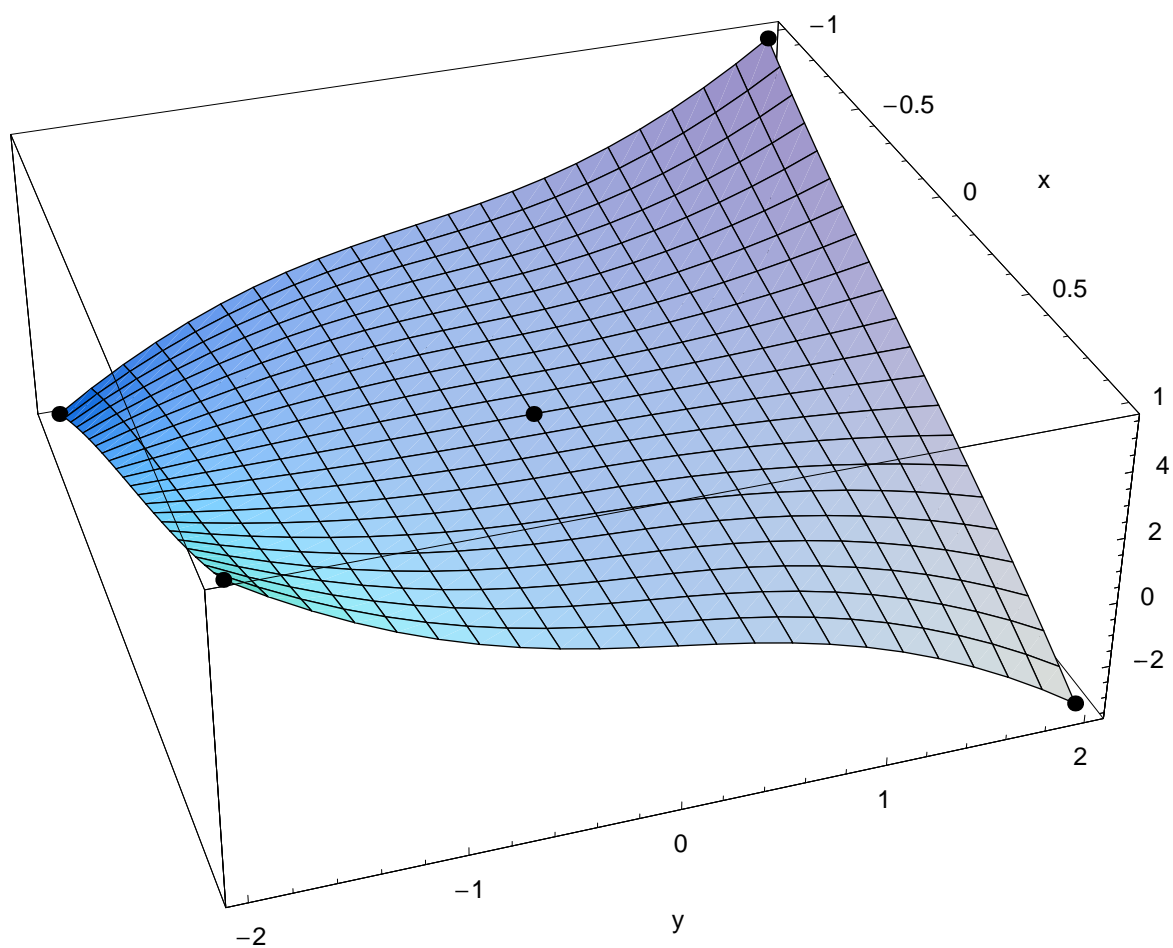
Graf funkce f s vyznačenými extrémy a pěti dalšími stacionárními body v int X .



Cvičení 17.13 na str. 196

$$f(x, y) = 1 - xy\sqrt{x^2 + y^2}, X = \langle -1, 1 \rangle \times \langle -2, 2 \rangle.$$

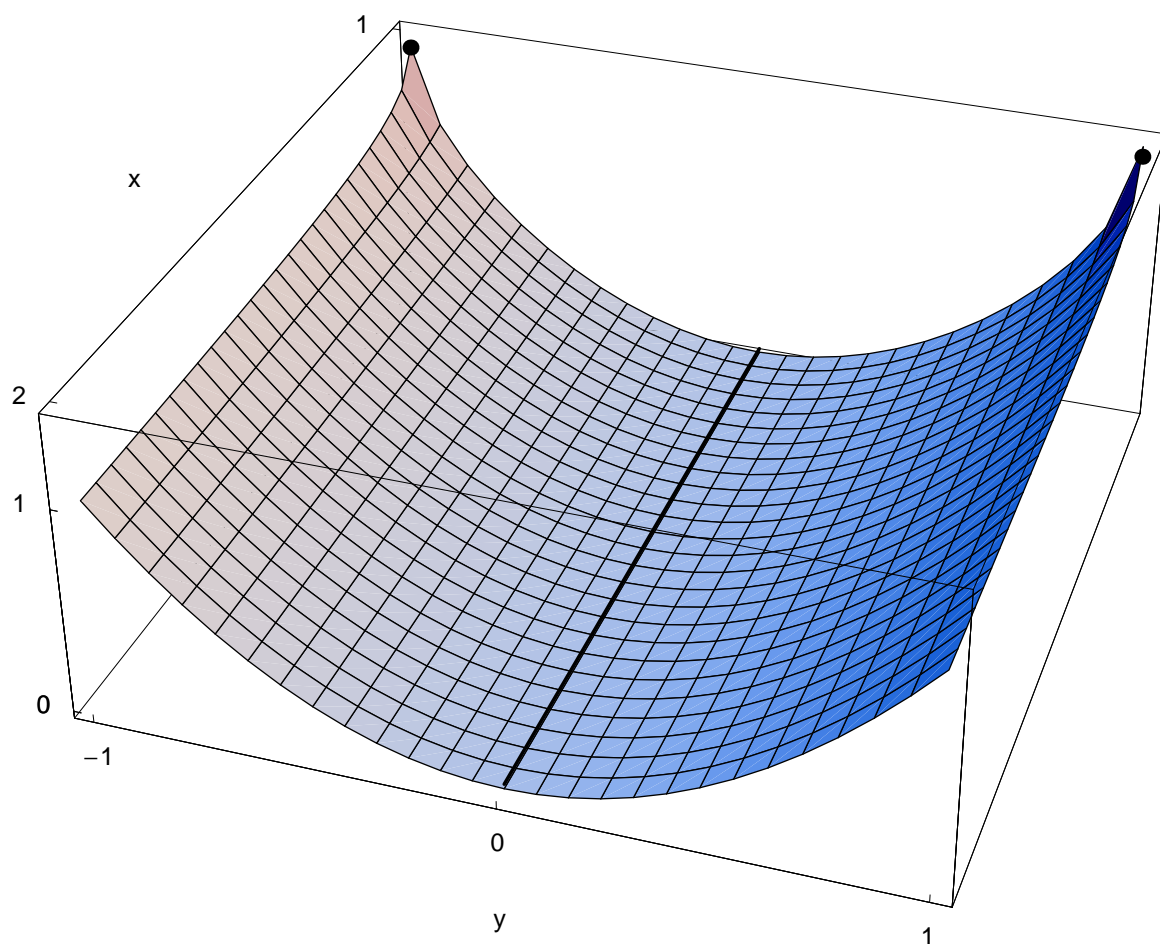
Graf funkce f s vyznačenými extrémy a jedním stacionárním bodem v $\text{int } X$.



Cvičení 17.14 na str. 196

$$f(x, y) = x(\sqrt{x^2 + y^2} - \sqrt{x^2 - y^2}), X = \langle 1, 2 \rangle \times \langle -1, 1 \rangle.$$

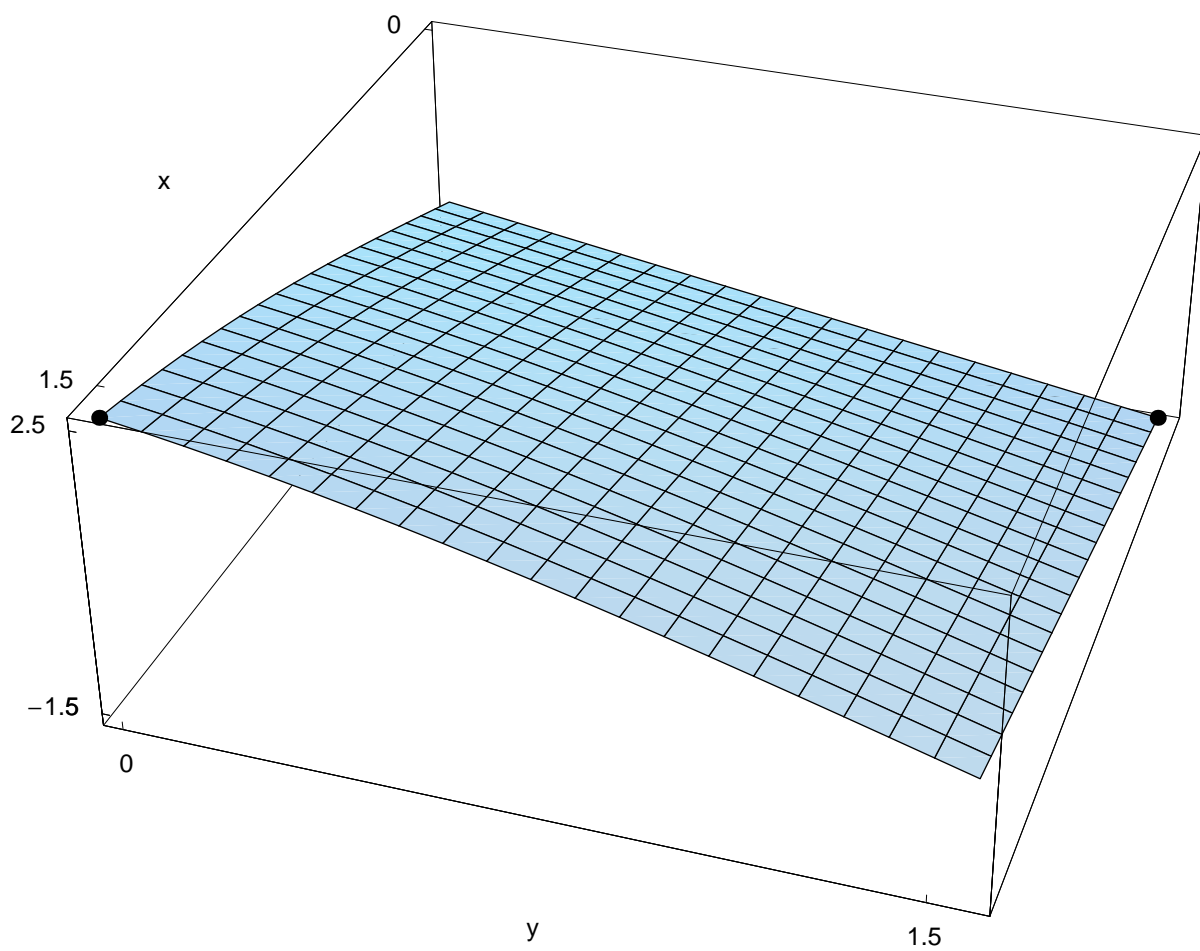
Graf funkce f s vyznačenými extrémy (kterých nabývá ve dvou bodech a na jedné úsečce).



Cvičení 17.15 na str. 196

$$f(x, y) = x - y + \sin x \cos y, X = \left(0, \frac{1}{2}\pi\right)^2.$$

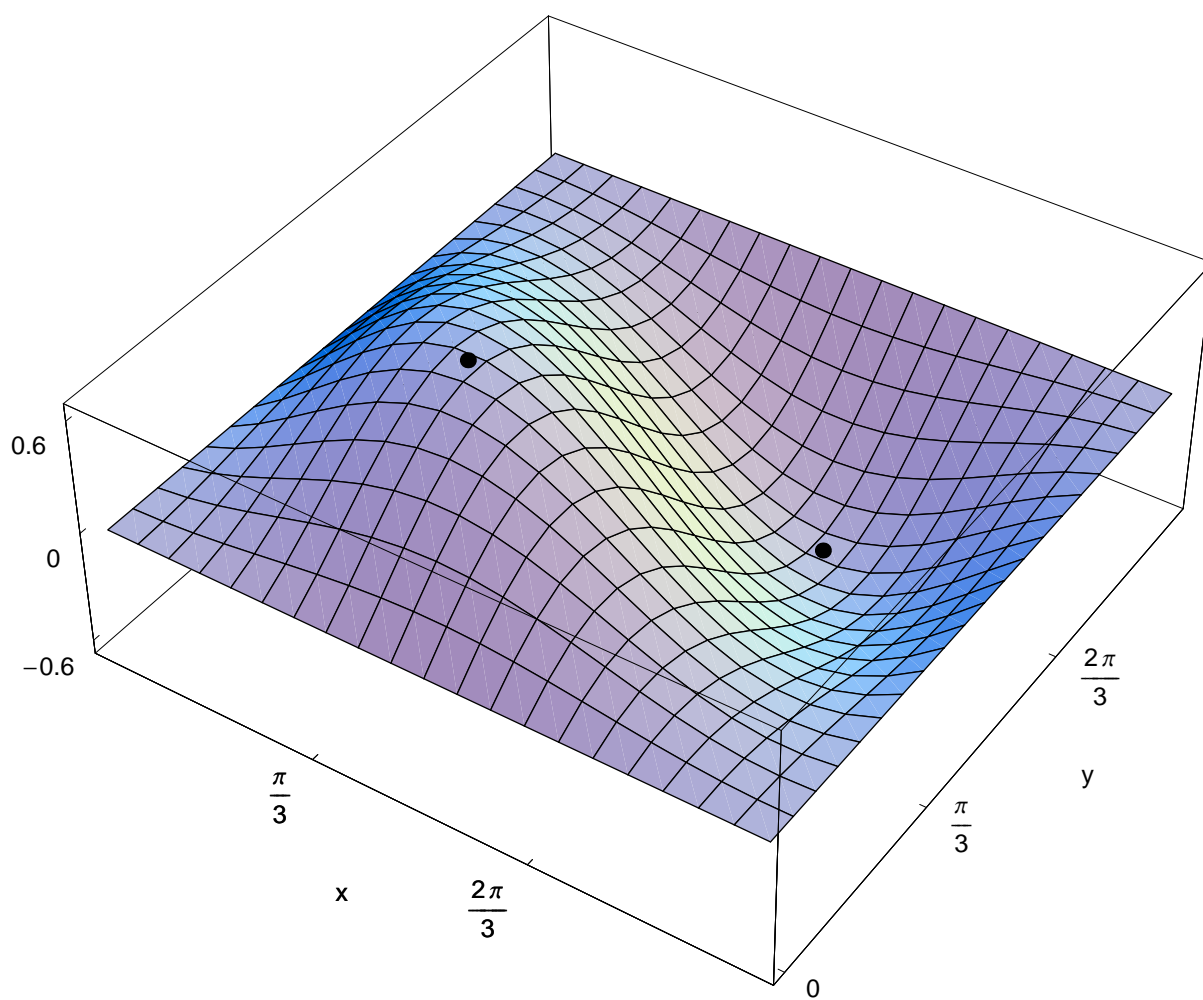
Graf funkce f s vyznačenými extrémy.



Cvičení 17.16 na str. 196

$$f(x, y) = \sin x \sin y \sin(x + y), X = \langle 0, \pi \rangle^2.$$

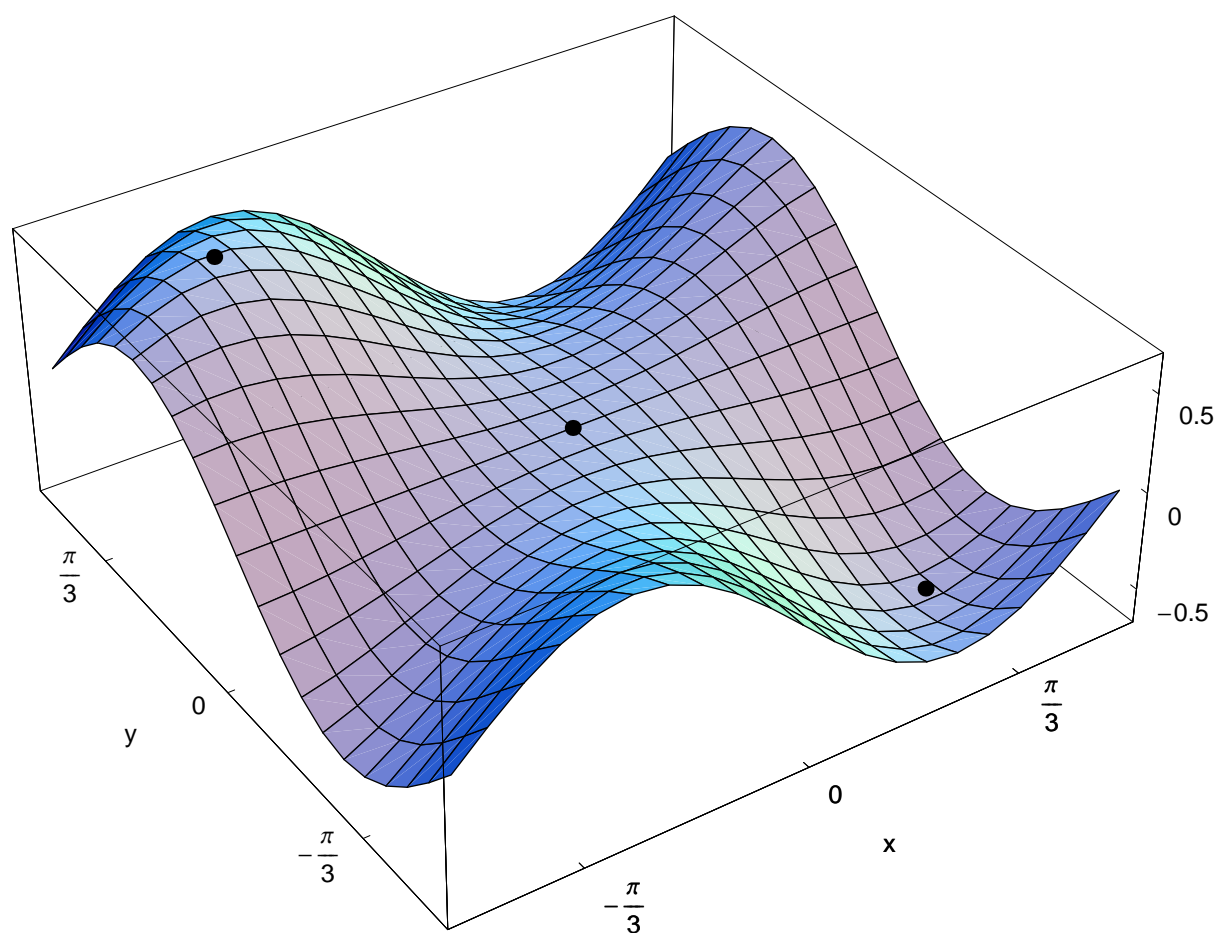
Graf funkce f s vyznačenými extrémy.



Cvičení 17.17 na str. 196

$$f(x, y) = \sin x \sin y \sin(x - y), \quad X = \left(-\frac{1}{2}\pi, \frac{1}{2}\pi\right)^2.$$

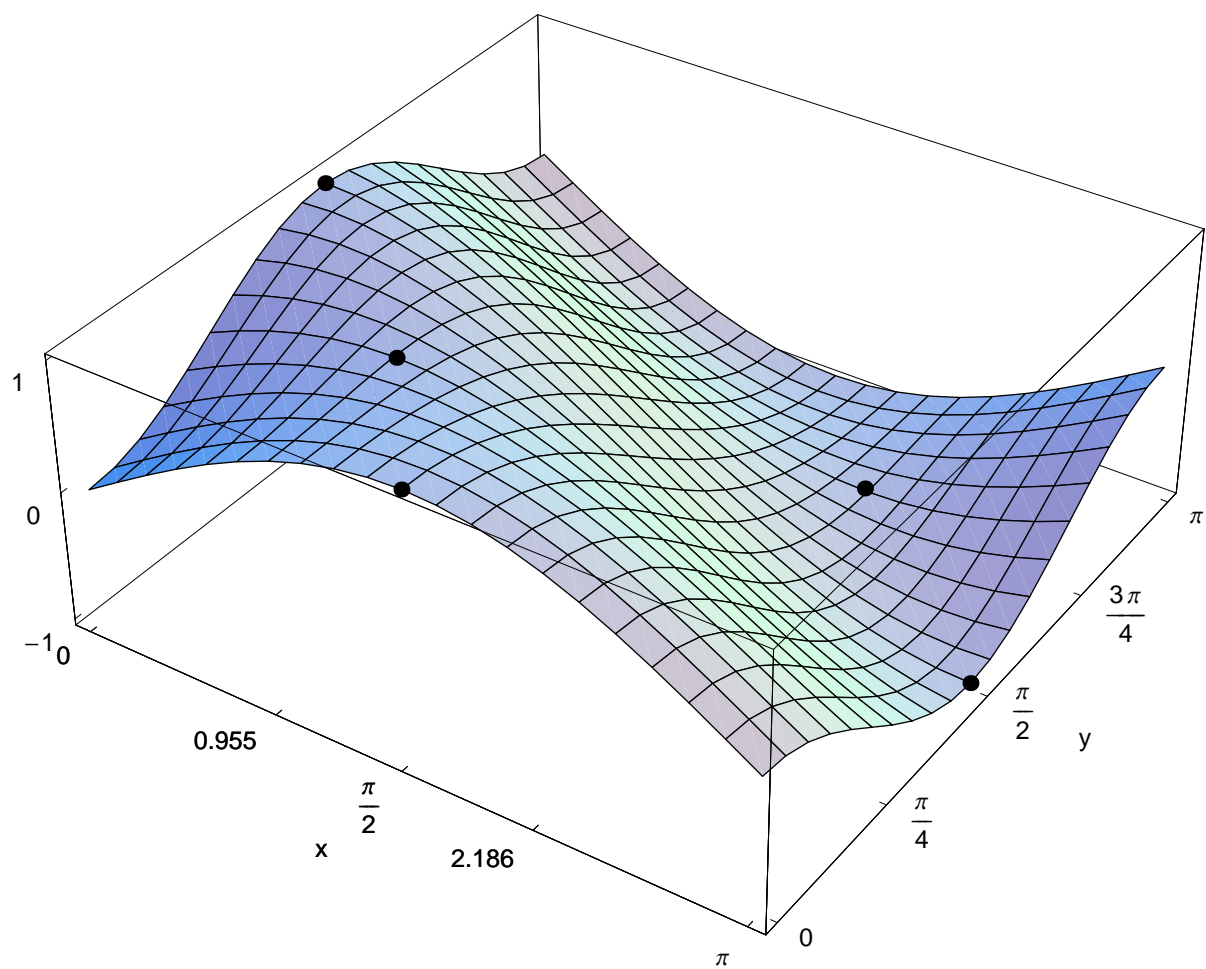
Graf funkce f s vyznačenými extrémy a jedním dalším stacionárním bodem v int X .



Cvičení 17.18 na str. 196

$$f(x, y) = \sin x \cos y + \cos x \sin^2 y, X = \langle 0, \pi \rangle^2.$$

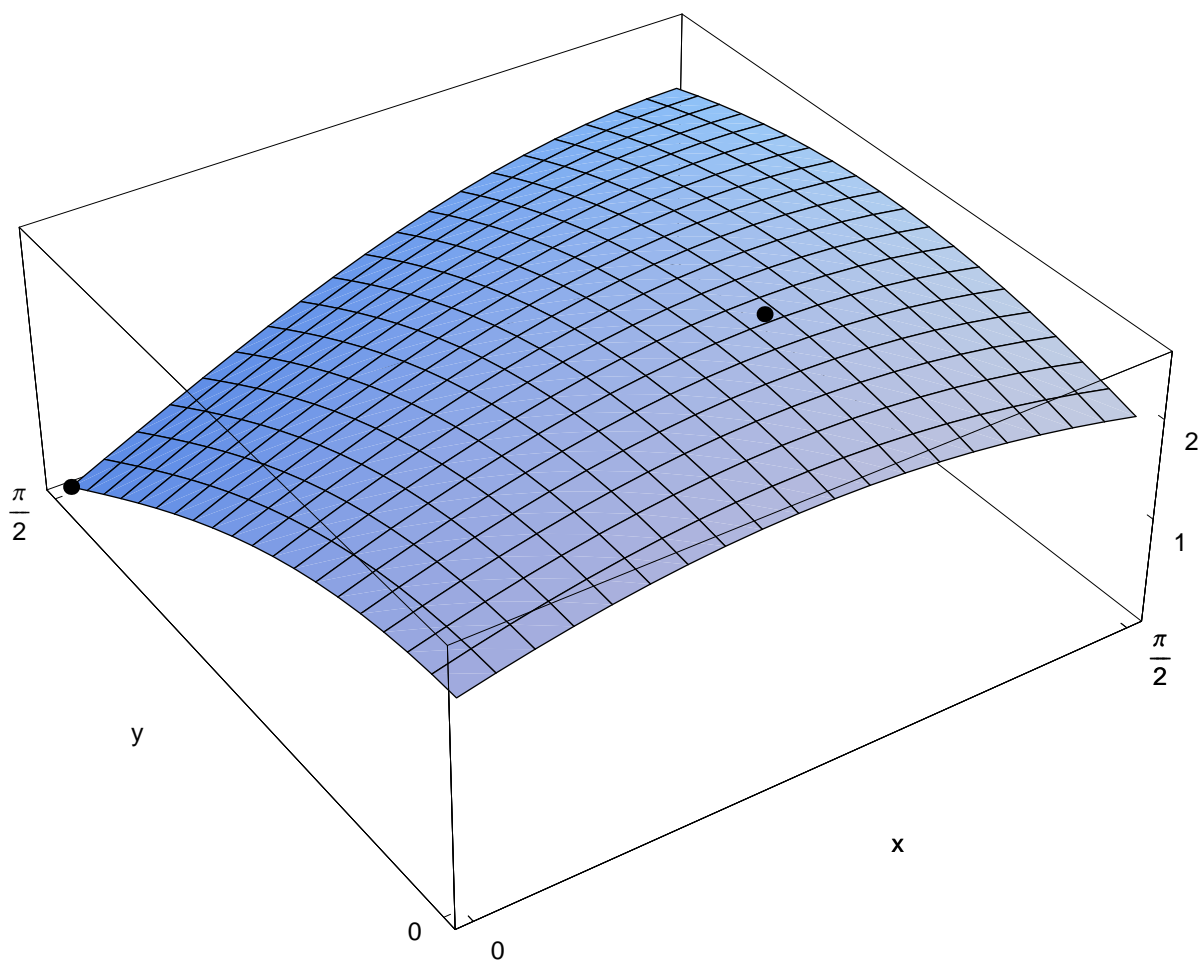
Graf funkce f s vyznačenými extrémy a dvěma stacionárními body v int X .



Cvičení 17.19 na str. 196

$$f(x, y) = \sin x + \cos y + \cos(x - y), \quad X = \langle 0, \frac{1}{2}\pi \rangle^2.$$

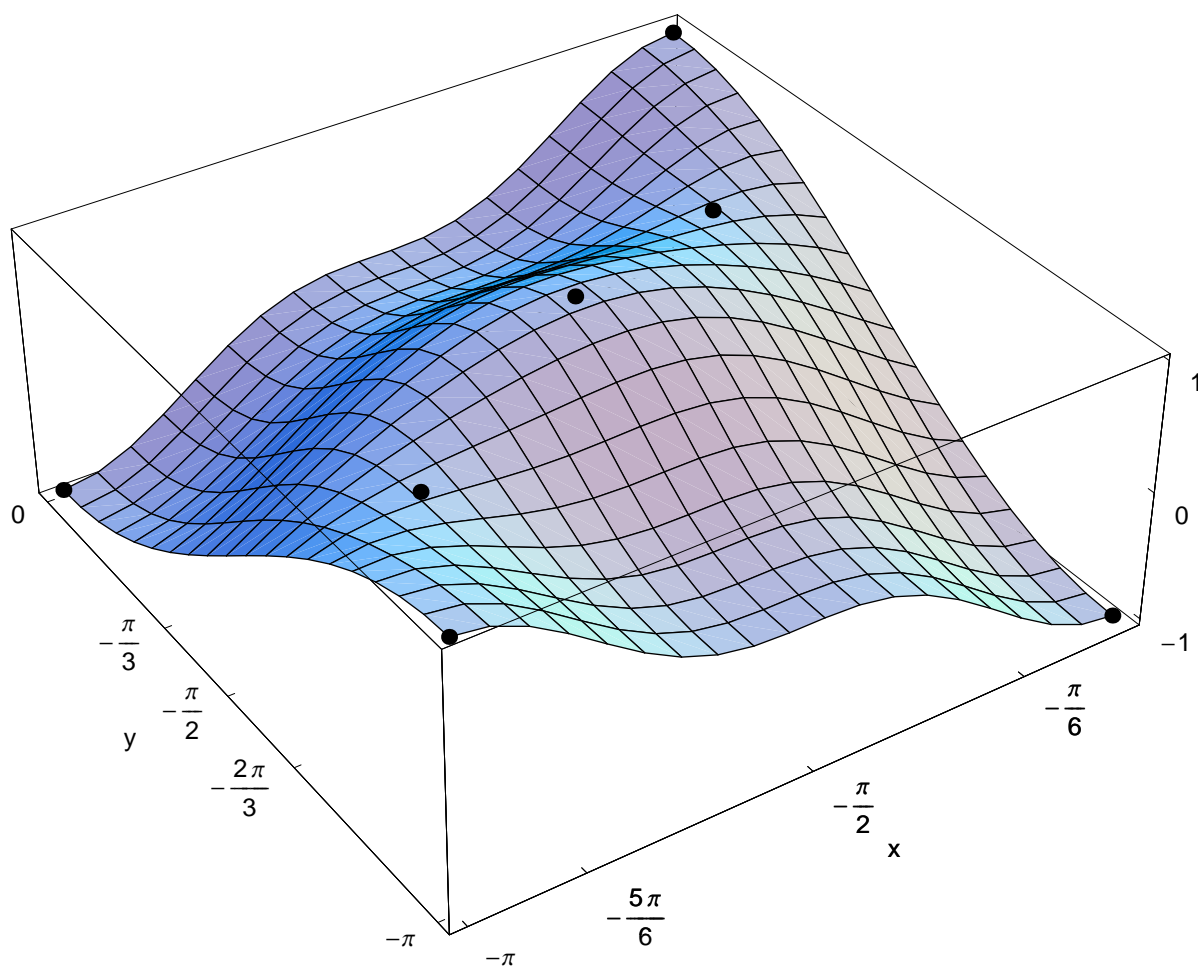
Graf funkce f s vyznačenými extrémy.



Cvičení 17.20 na str. 196

$$f(x, y) = \cos^3 x \cos y + \sin x \sin^3 y, X = \langle -\pi, 0 \rangle^2.$$

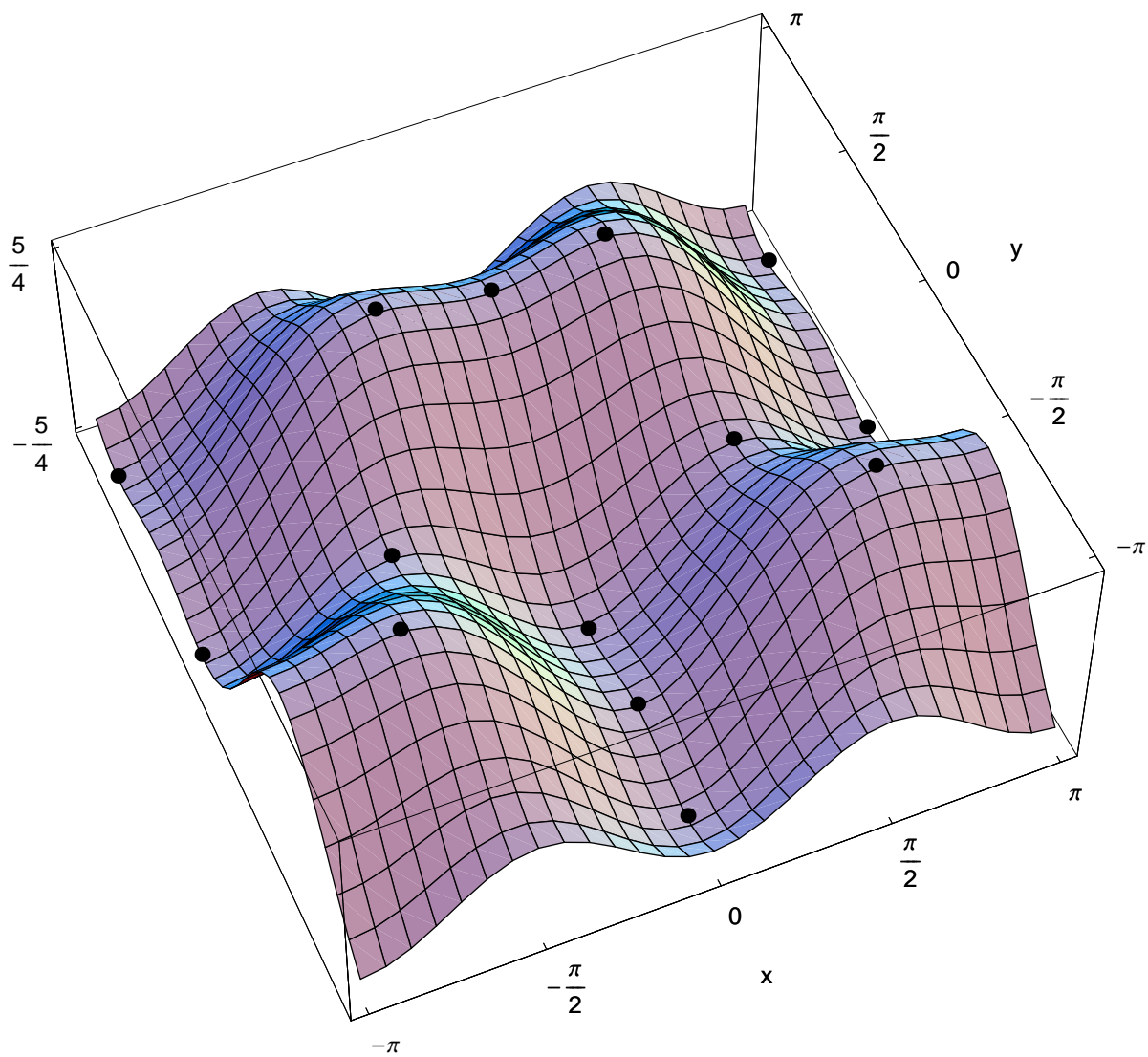
Graf funkce f s vyznačenými extrémami a třemi stacionárními body v int X .



Cvičení 17.21 na str. 196

$$f(x, y) = \sin^2 x + \cos x \sin y - \cos^2 y, X = \langle -\pi, \pi \rangle^2.$$

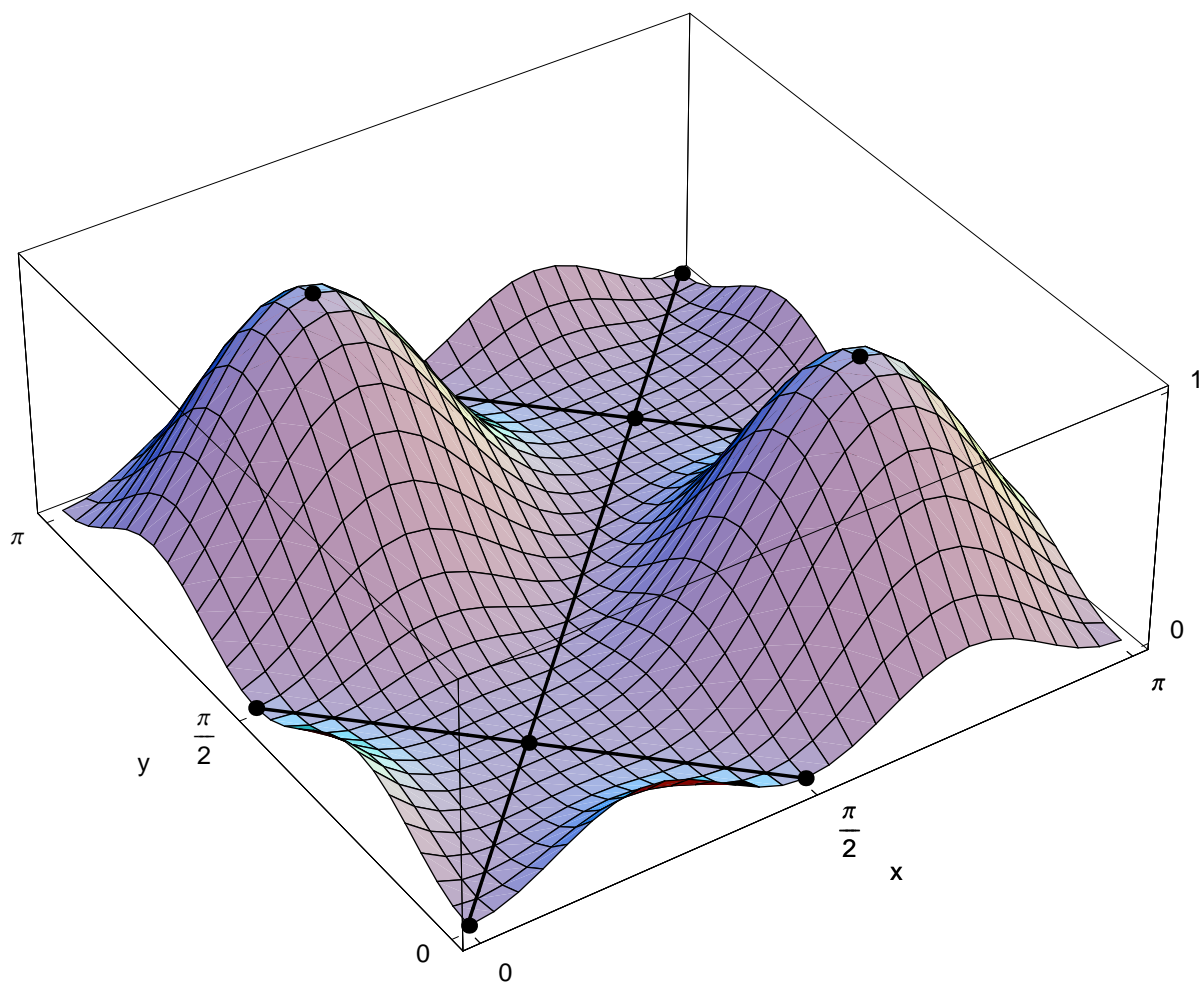
Graf funkce f , která nabývá svého minima v 6 bodech, maxima ve 4 bodech; vyznačeny jsou další 4 stacionární body v int X .



Cvičení 17.22 na str. 196

$$f(x, y) = \sin^2(x - y) \cos^2(x + y), \quad X = \langle 0, \pi \rangle^2.$$

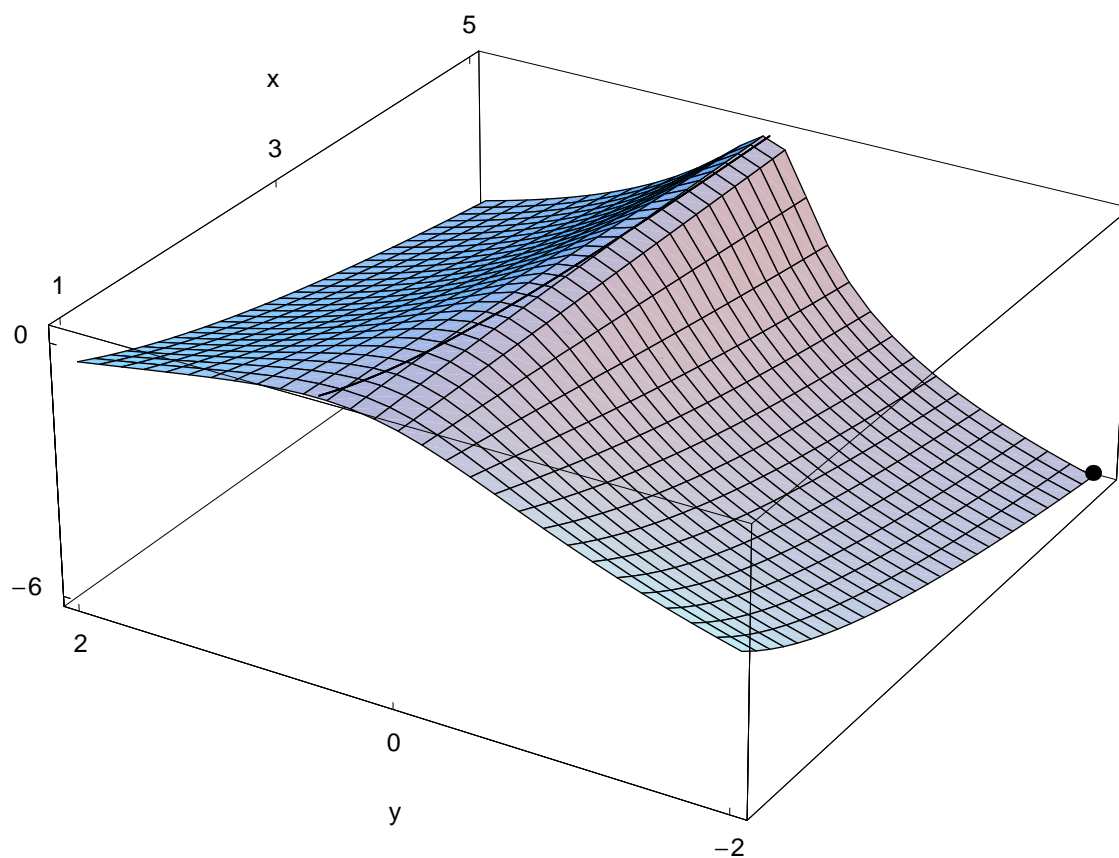
Graf funkce f , která nabývá maxima ve dvou bodech, minima na třech úsečkách.



Cvičení 17.23 na str. 197

$$f(x, y) = \operatorname{arctg} xy - \lg(1 + x^2 y^2), \quad X = \langle 1, 5 \rangle \times \langle -2, 2 \rangle.$$

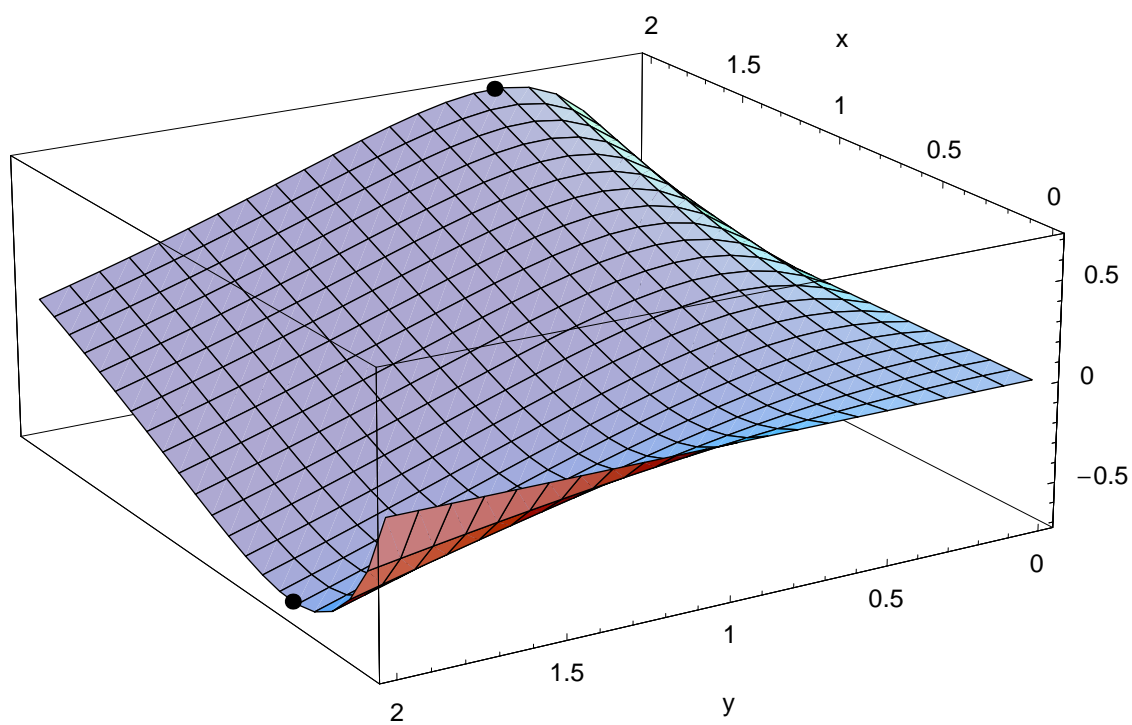
Graf funkce f s vyznačeným minimem; svého maxima nabývá na hyperbole $xy = \frac{1}{2}$.



Cvičení 17.24 na str. 197

$$f(x, y) = \lg(1 + x^2y) - \lg(1 + xy^2), X = \langle 0, 2 \rangle^2.$$

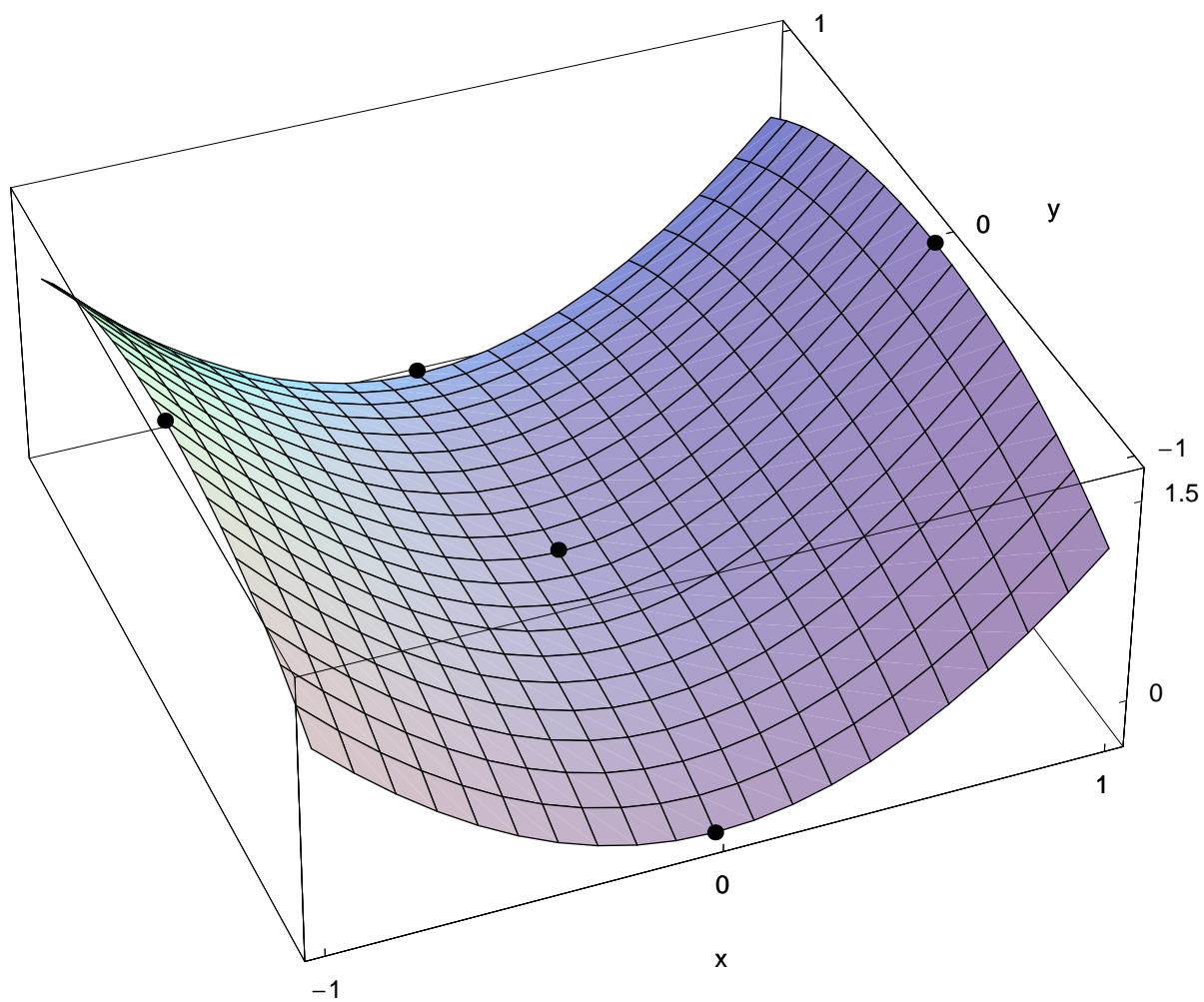
Graf funkce f s vyznačeným minimem a maximem.



Cvičení 17.25 na str. 197

$$f(x, y) = x^2 - y^2 + \lg(1 + x^2 + y^2), X = \langle -1, 1 \rangle^2.$$

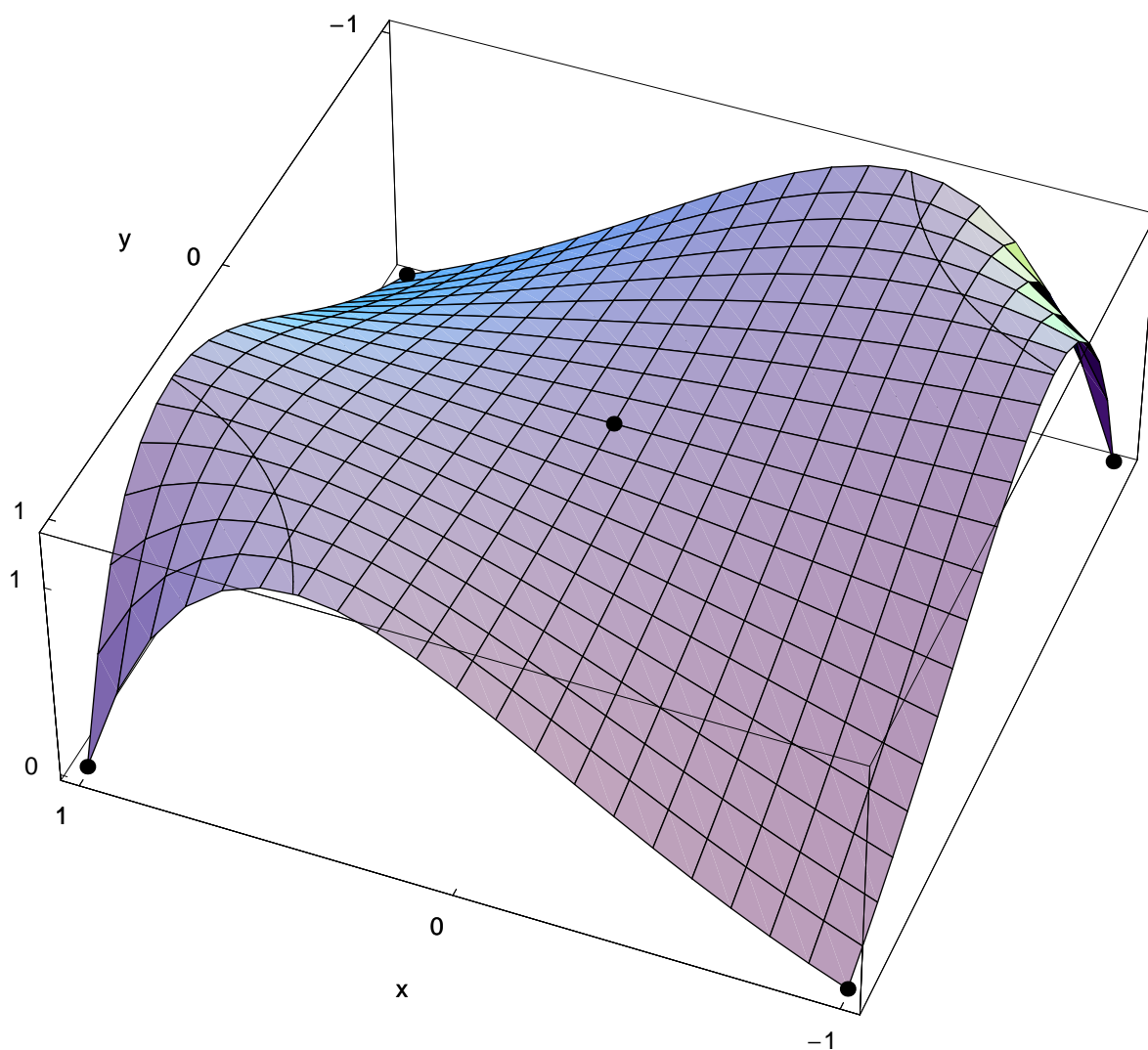
Graf funkce f s vyznačenými minimy a maximy a jedním stacionárním bodem v int X .



Cvičení 17.26 na str. 197

$$f(x, y) = (1 - x^2 y^2) e^{-xy}, \quad X = \langle -1, 1 \rangle^2.$$

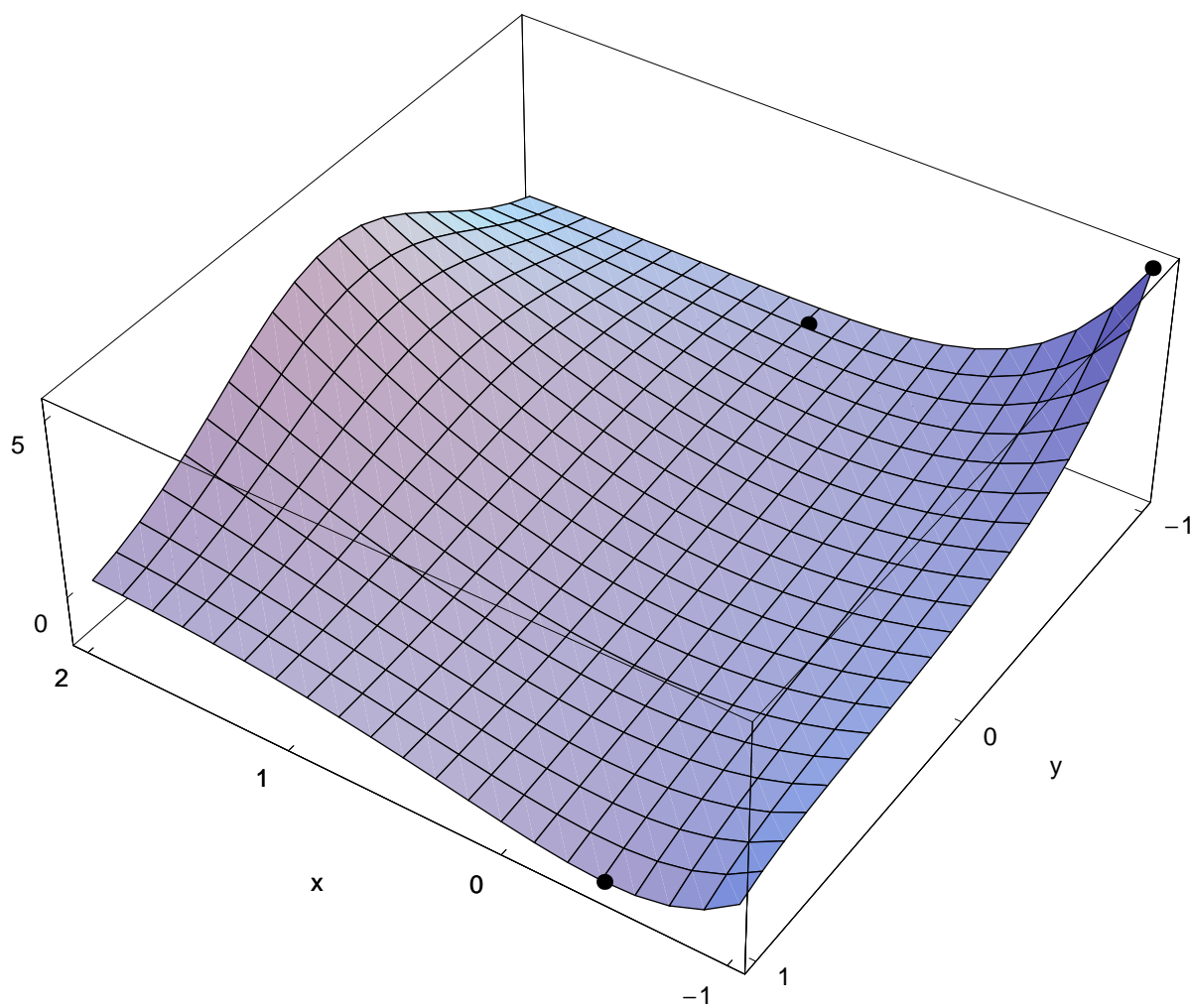
Graf funkce f s vyznačenými 4 minimy a jedním stacionárním bodem v $\text{int } X$;
maxima nabývá na dvou hyperbolách.



Cvičení 17.27 na str. 197

$$f(x, y) = (x^2 - y)e^{-xy^2}, X = \langle -1, 2 \rangle \times \langle -1, 1 \rangle.$$

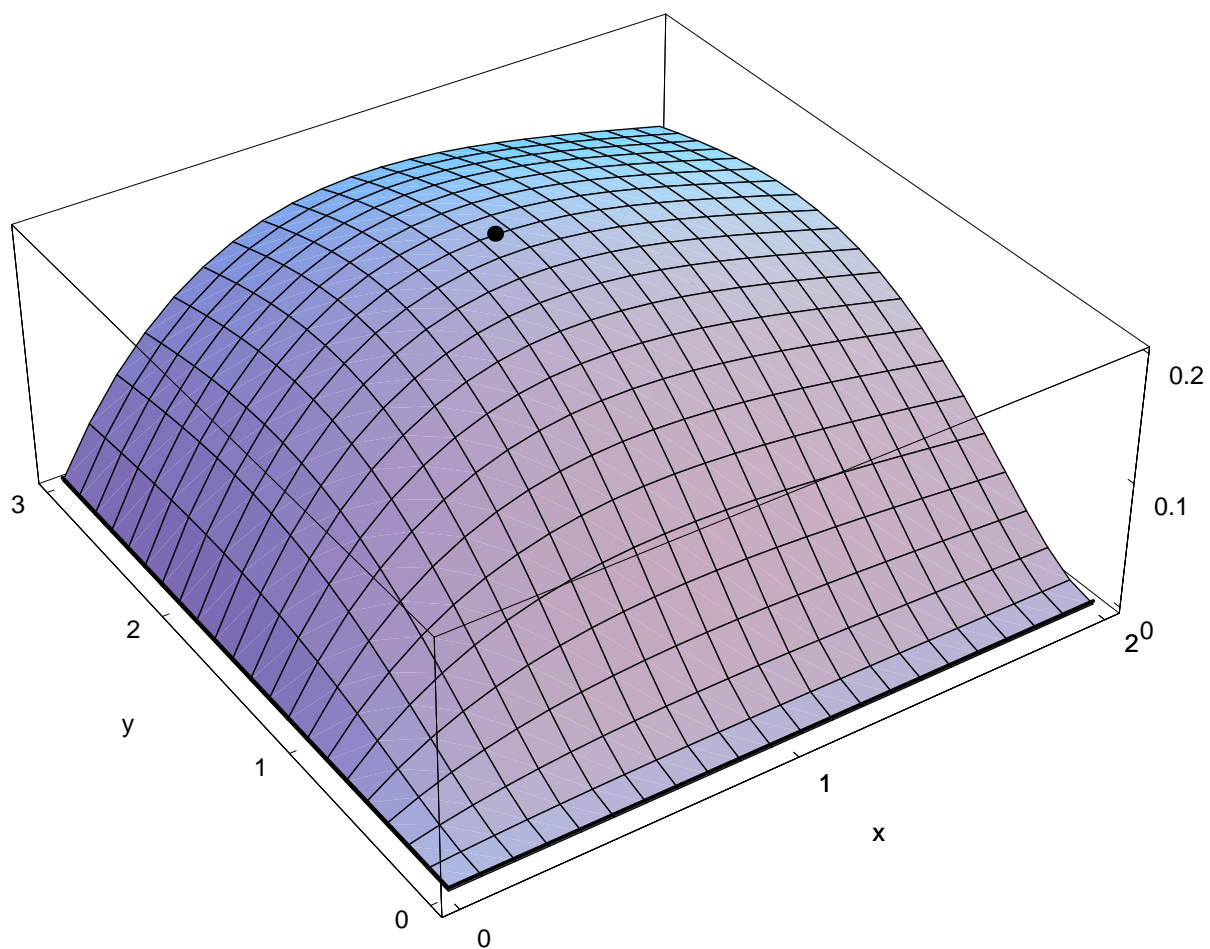
Graf funkce f s vyznačenými extrémy a jedním stacionárním bodem v int X .



Cvičení 17.28 na str. 197

$$f(x, y) = xy^2 e^{-x-y}, X = \langle 0, 2 \rangle \times \langle 0, 3 \rangle.$$

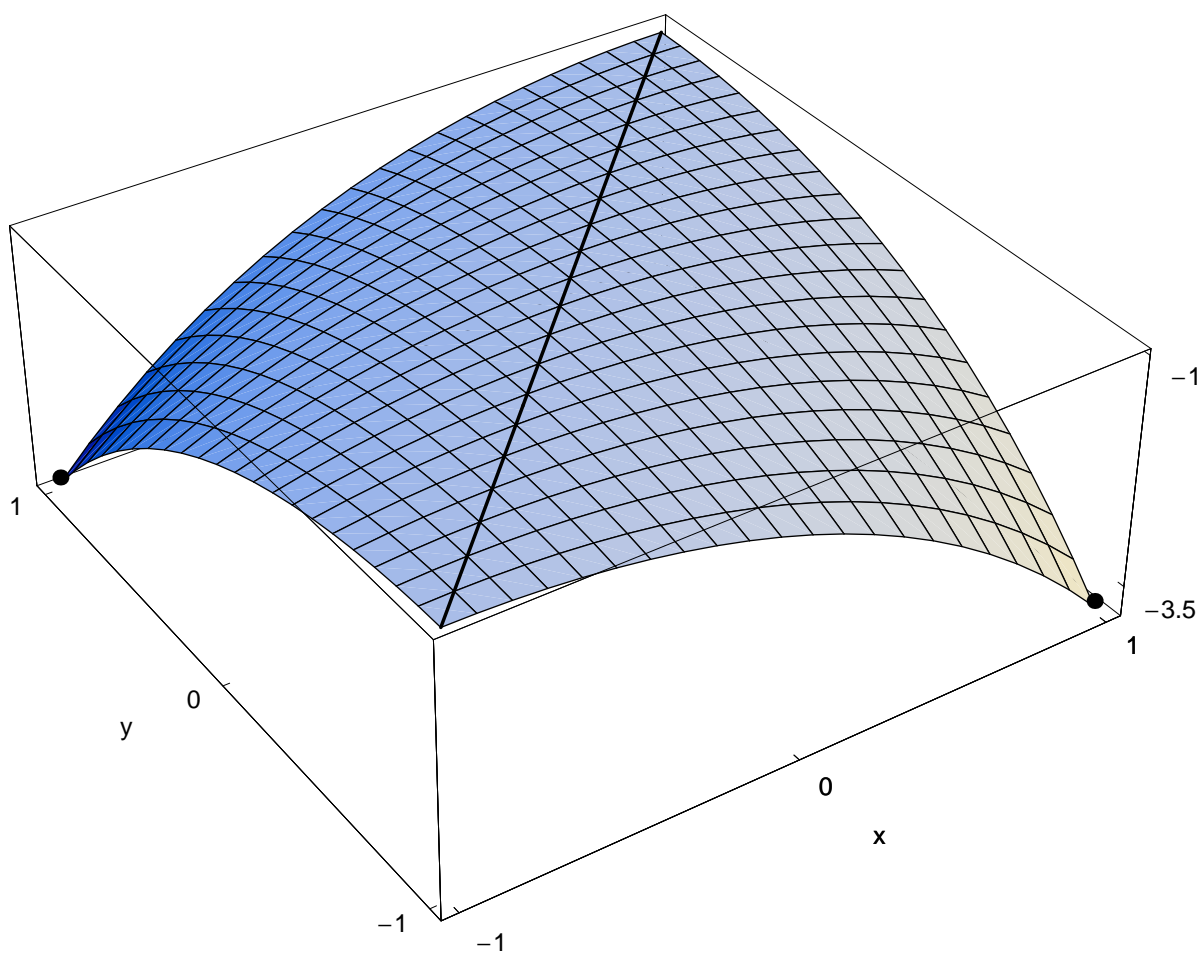
Graf funkce f s vyznačeným maximem; minima nabývá na dvou úsečkách ležících v ∂X .



Cvičení 17.29 na str. 197

$$f(x, y) = e^x \sinh y - e^y \cosh x, X = \langle -1, 1 \rangle^2.$$

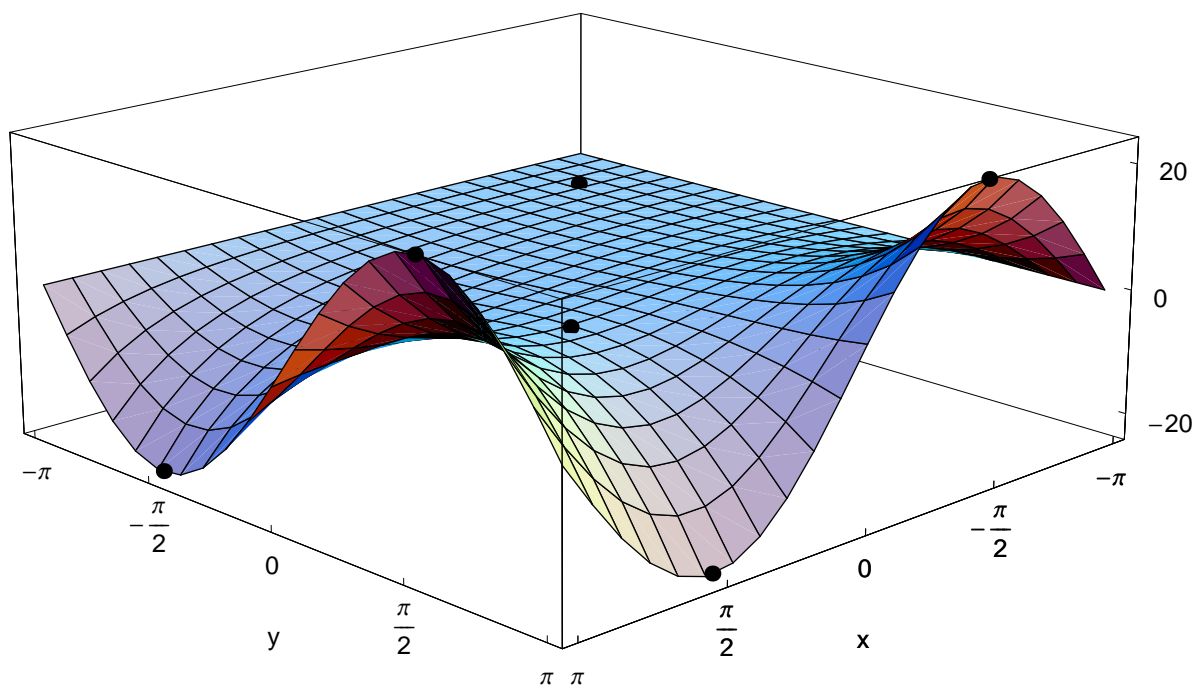
Graf funkce f s vyznačenými minimy; maxima nabývá na diagonále definičního oboru.



Cvičení 17.30 na str. 197

$$f(x, y) = e^x \sin y - e^y \sin x, X = \langle -\pi, \pi \rangle^2.$$

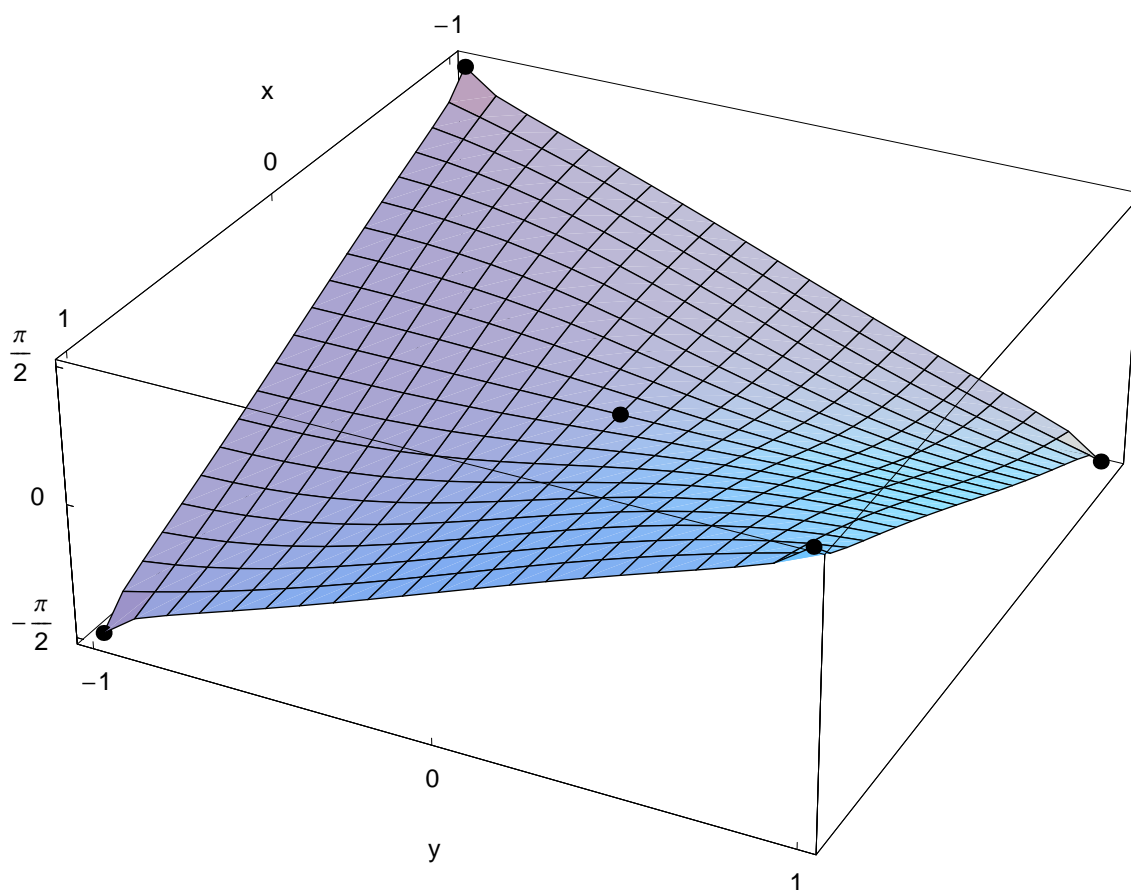
Graf funkce f s vyznačenými minimy a maximy a dvěma stacionárními body v int X .



Cvičení 17.31 na str. 197

$$f(x, y) = \arcsin(3xy/(1 + x^2 + y^2)), X = \langle -1, 1 \rangle^2.$$

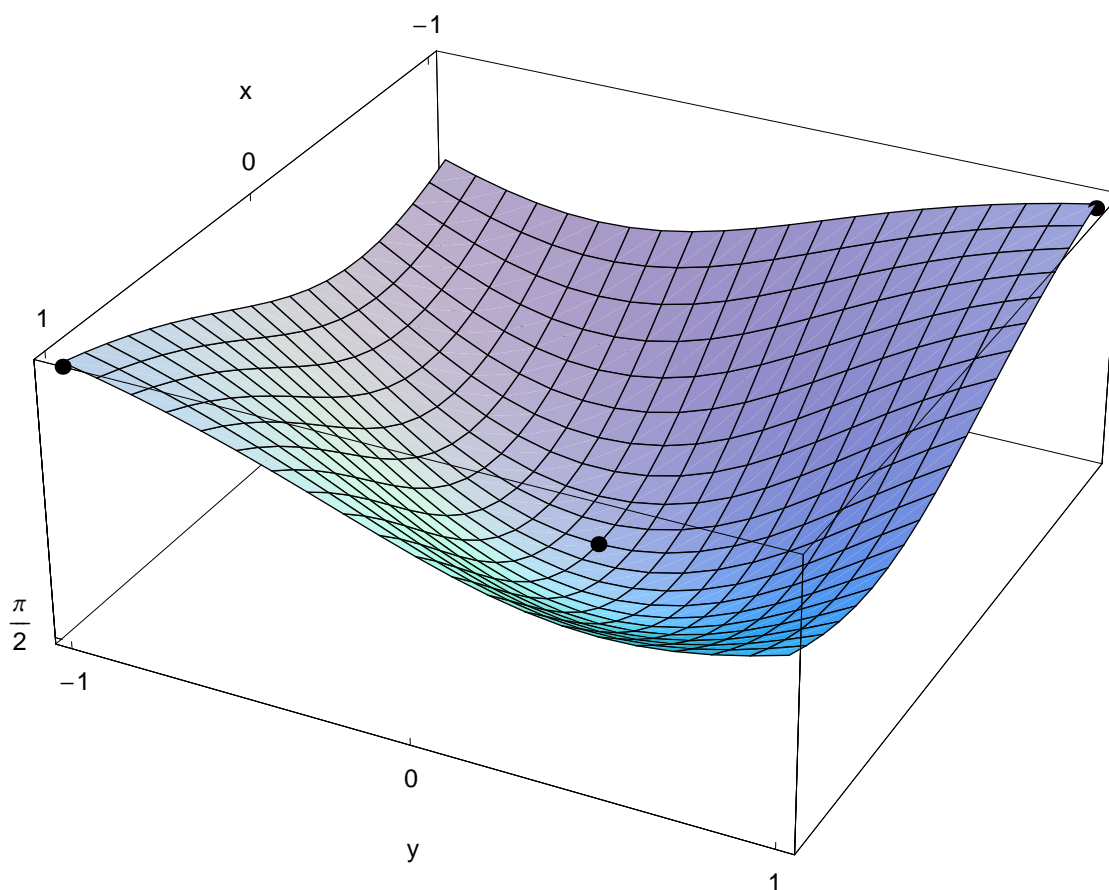
Graf funkce f s vyznačenými minimy a maximy a jedním stacionárním bodem v int X .



Cvičení 17.32 na str. 197

$$f(x, y) = \operatorname{arccotg}(xy - x^2 - y^2), X = \langle -1, 1 \rangle^2.$$

Graf funkce f s vyznačenými maximy a minimem.

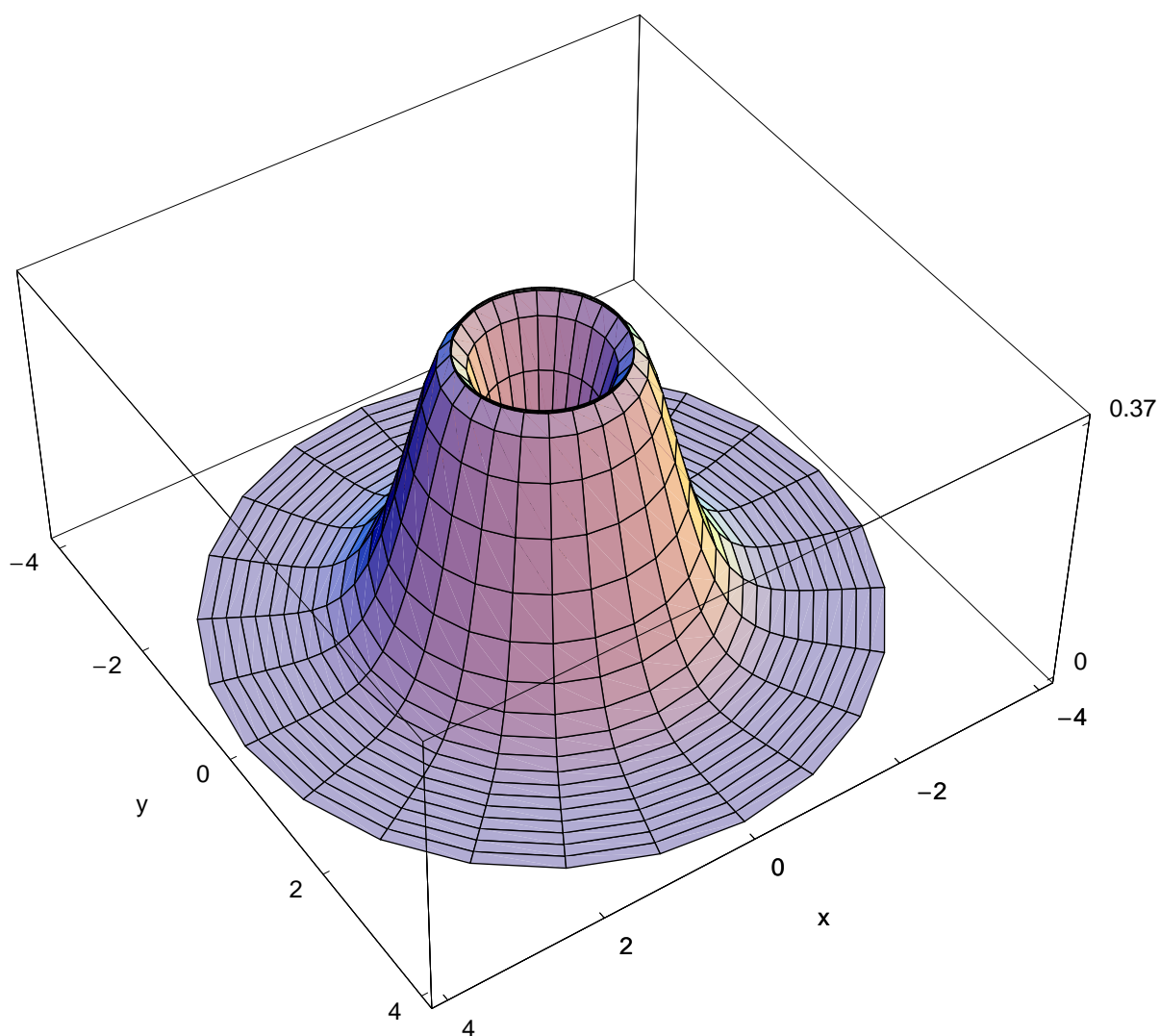


Neomezenou množinu X redukuje ve Cvičeních 17.63 až 17.90 vždy na kruh nebo interval X obsahující všechny extrémy dané funkce.

Cvičení 17.63 na str. 198

$$f(x, y) = (x^2 + y^2)e^{-(x^2 + y^2)}, X = \{(x, y); x^2 + y^2 \leq 16\}.$$

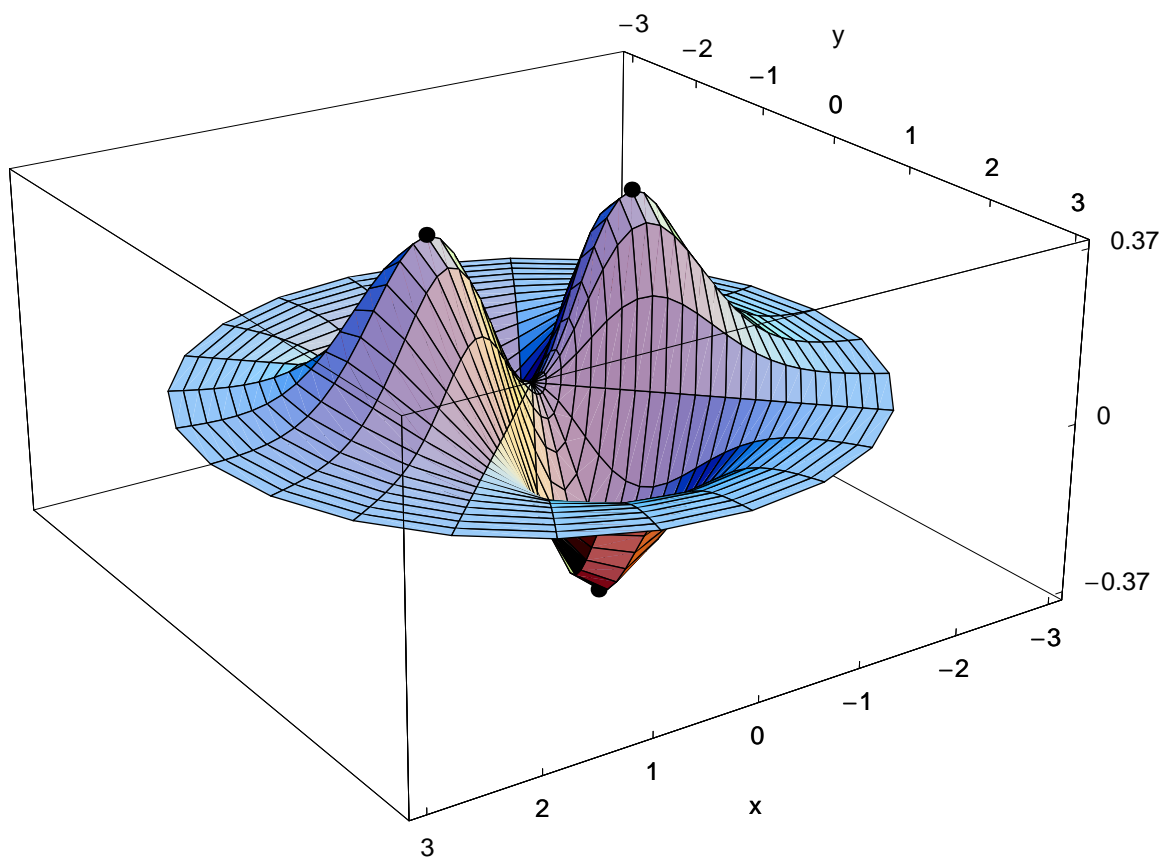
Cylindrický graf funkce f , která svého maxima nabývá na kružnici $x^2 + y^2 = 1$ a minima v bodě $(0, 0)$ (které na obrázku není vidět).



Cvičení 17.64 na str. 198

$$f(x, y) = (x^2 - y^2)e^{-(x^2+y^2)}, X = \{(x, y); x^2 + y^2 \leq 9\}.$$

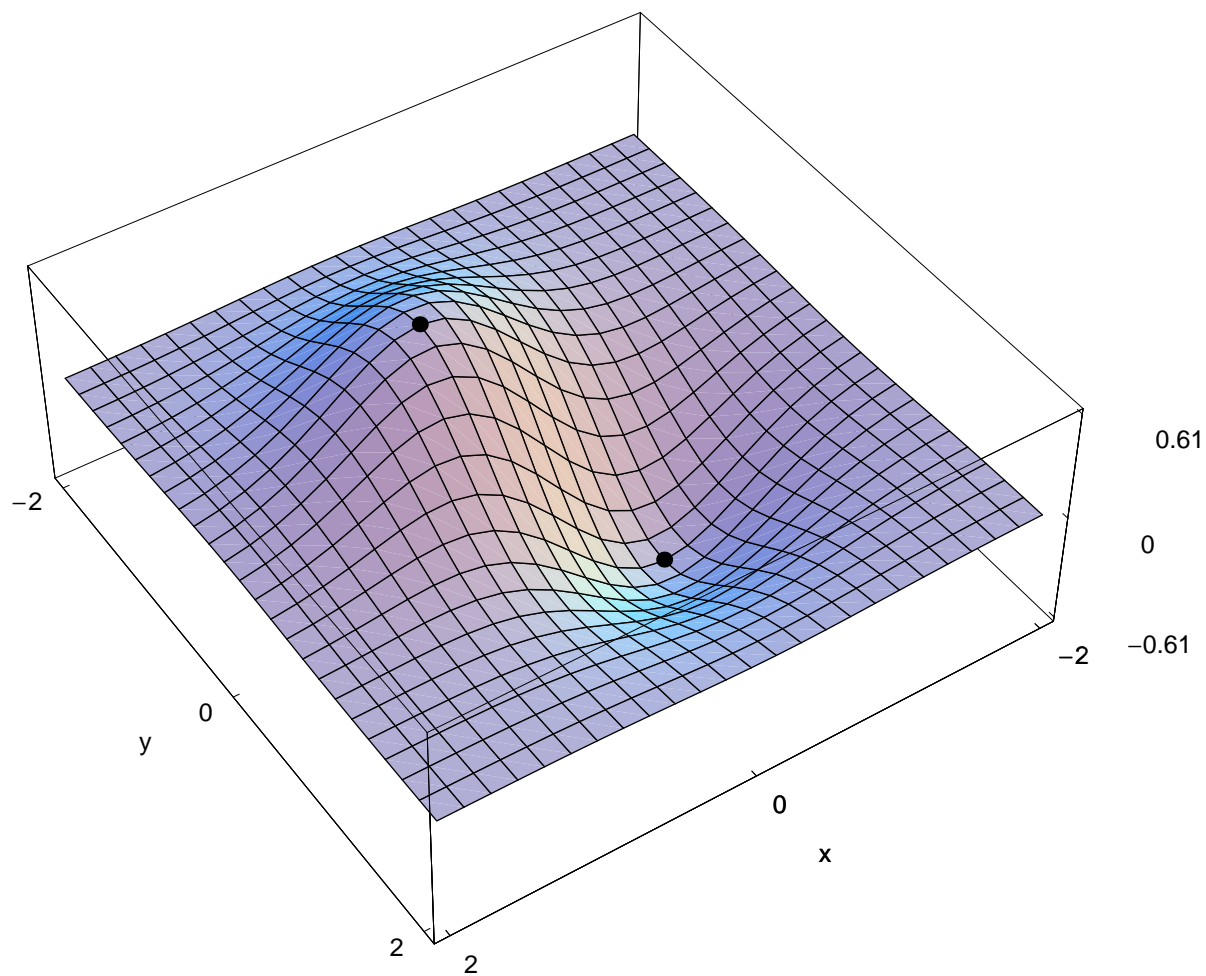
Cylindrický graf funkce f , která svého maxima nabývá ve dvou bodech, minima také ve dvou bodech; jedno minimum není vidět.



Cvičení 17.65 na str. 199

$$f(x, y) = (x - y)e^{-(x^2 + y^2)}, X = \langle -2, 2 \rangle^2.$$

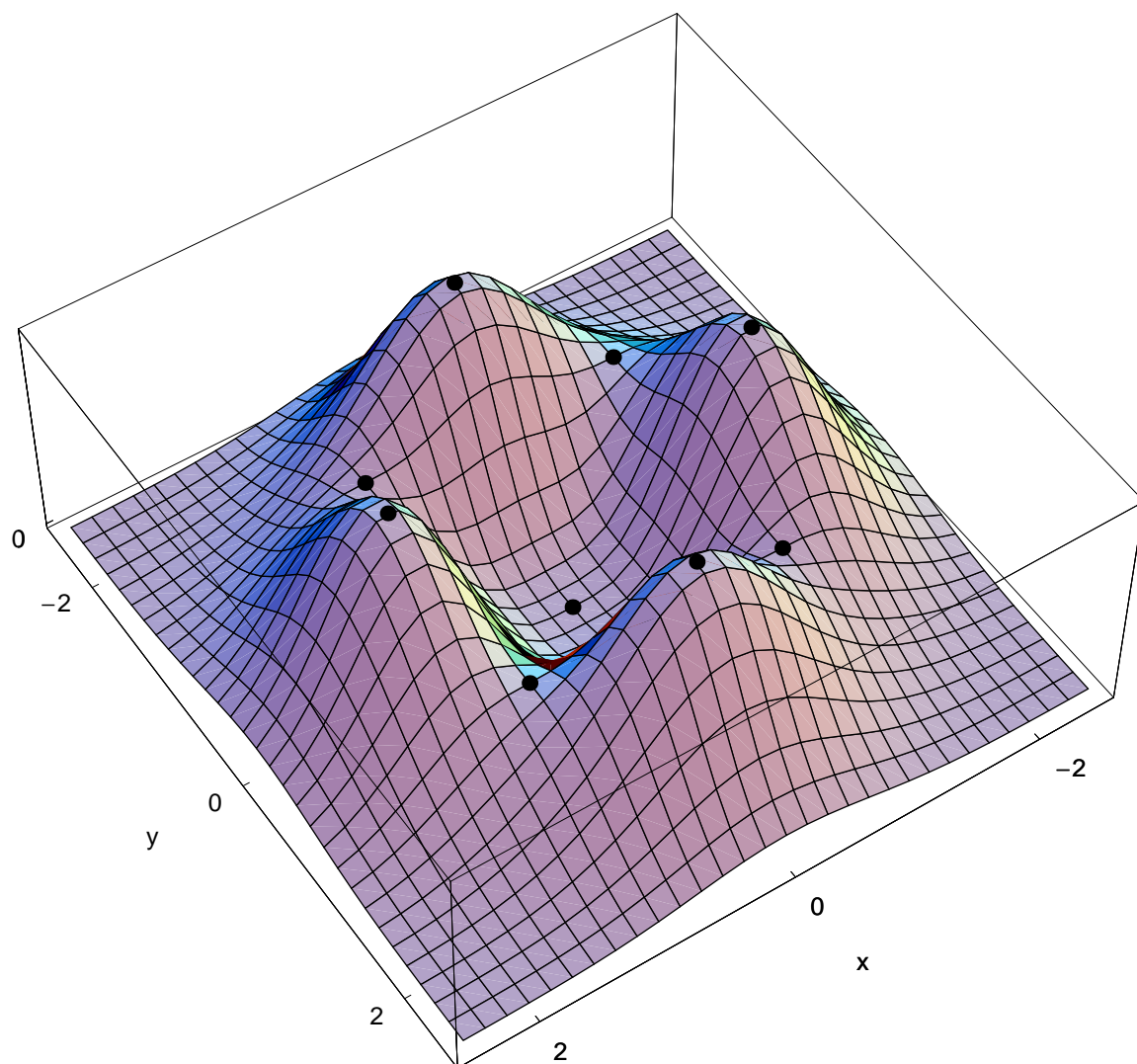
Graf funkce f s vyznačeným maximem a minimem.



Cvičení 17.66 na str. 199

$$f(x, y) = (x^4 + y^4) e^{-(x^2 + y^2)}, \quad X = \langle -2.5, 2.5 \rangle^2.$$

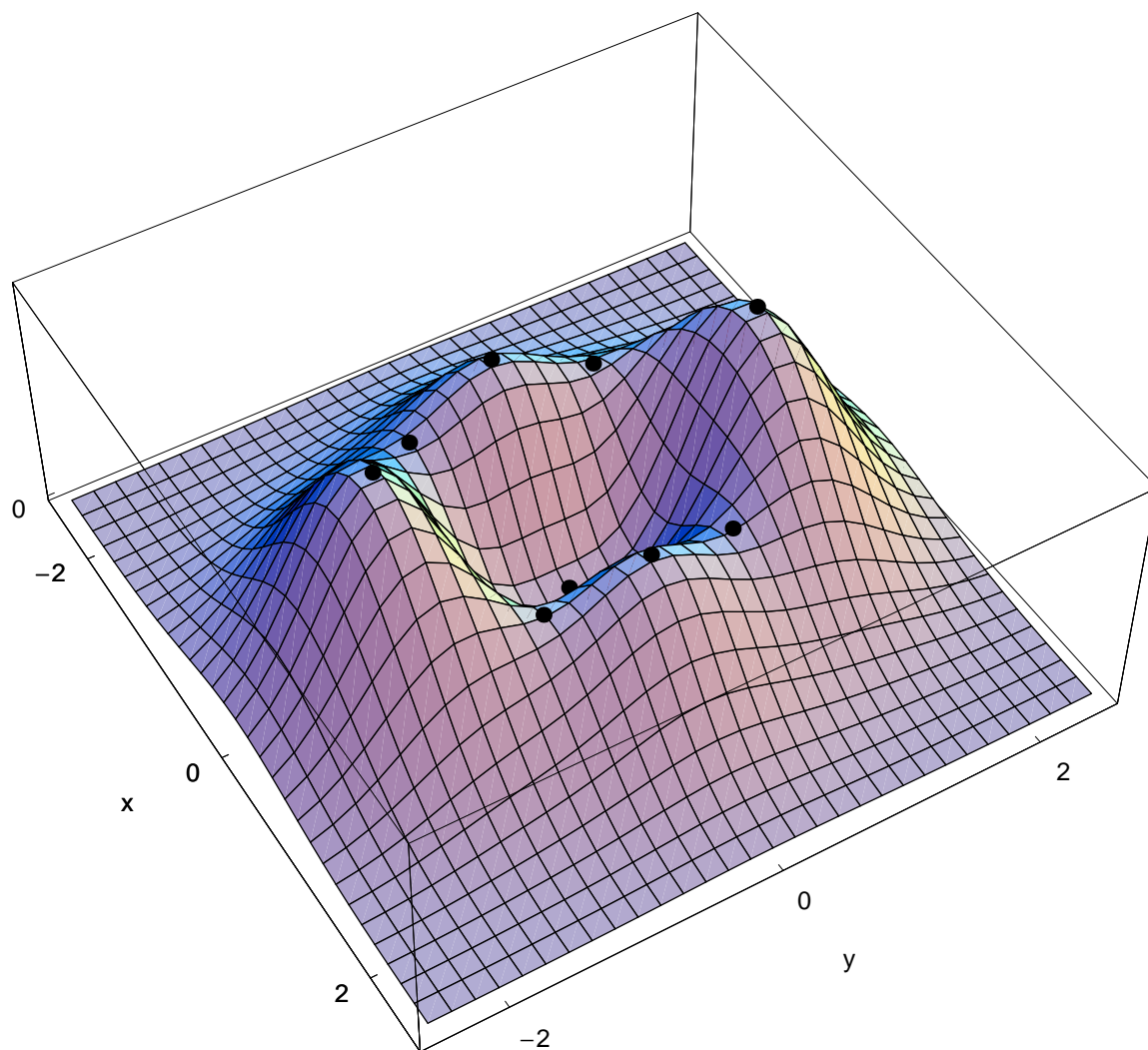
Graf funkce f s vyznačenými 4 maximy, minimem a dalšími 4 stacionárními body v int X .



Cvičení 17.67 na str. 199

$$f(x, y) = (x^2 + y^4) e^{-(x^2 + y^2)}, \quad X = \langle -2.5, 2.5 \rangle^2.$$

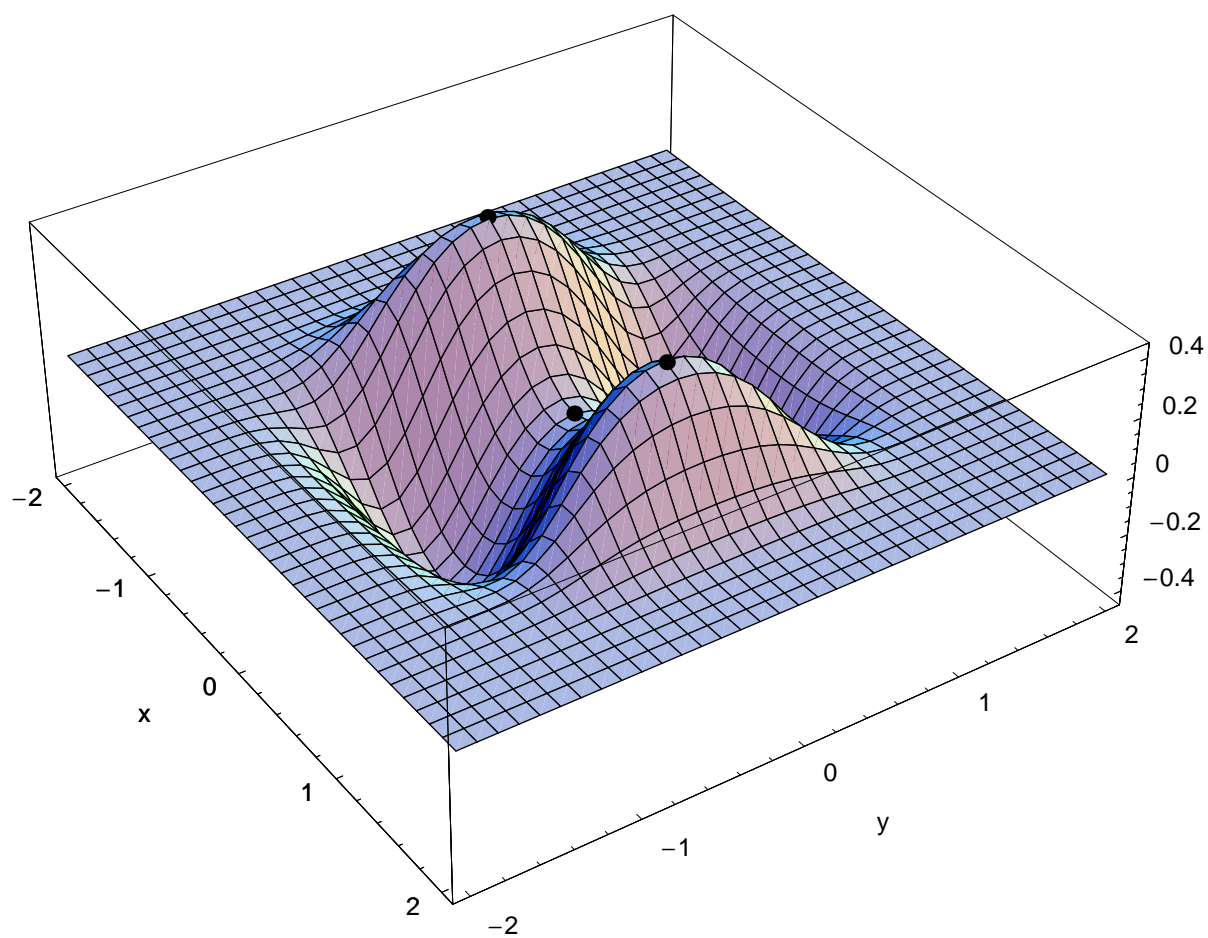
Graf funkce f s vyznačenými 2 maximy, minimem a dalšími 6 stacionárními body v int X .



Cvičení 17.68 na str. 199

$$f(x, y) = (x^2 - y^2)e^{-(x^4 + y^4)}, X = \langle -2, 2 \rangle^2.$$

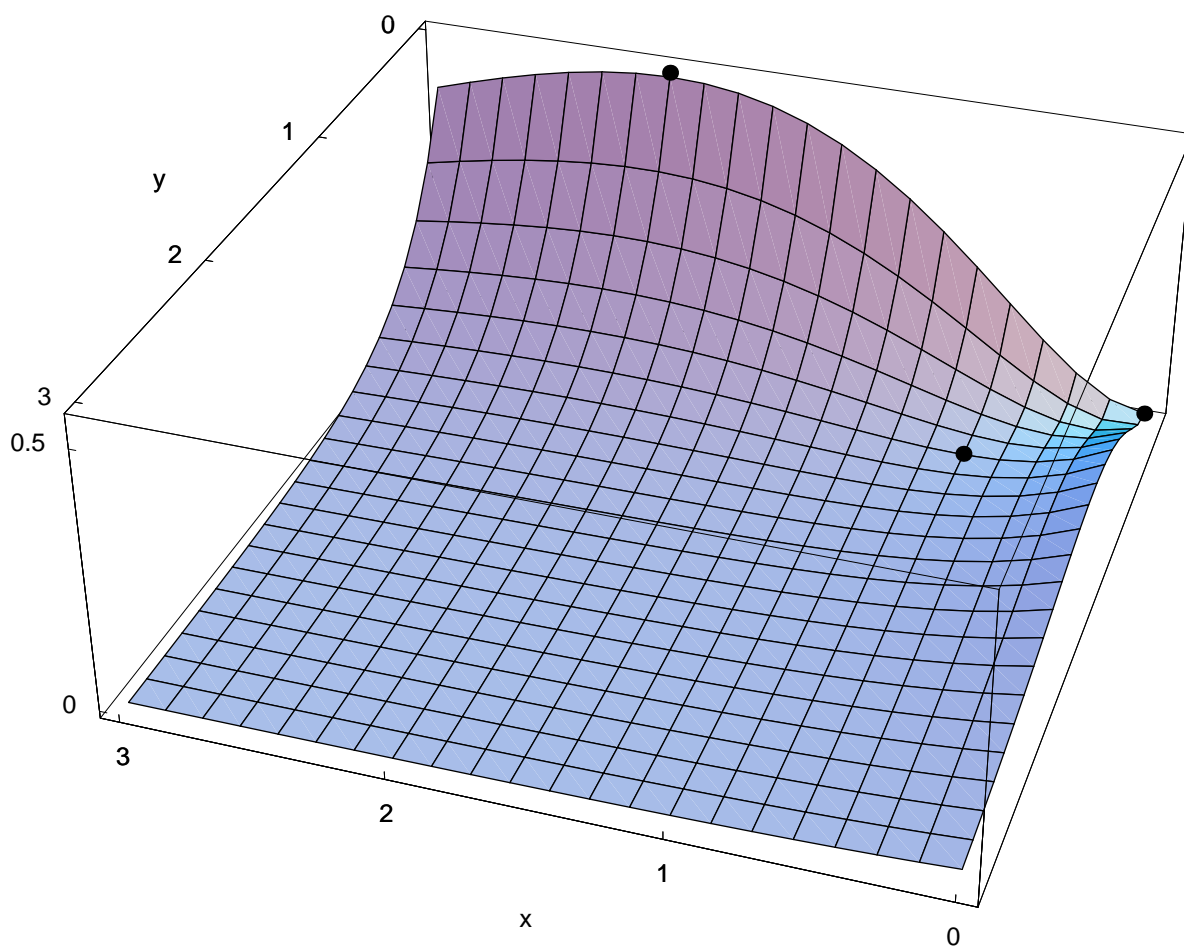
Graf funkce f s vyznačenými 2 maximy, 2 (na obrázku neviditelnými) minimy a stacionárním bodem $(0, 0) \in \text{int } X$.



Cvičení 17.69 na str. 199

$$f(x, y) = (x^2 - xy + y^2)e^{-(x+2y)}, X = \langle 0, 3 \rangle^2.$$

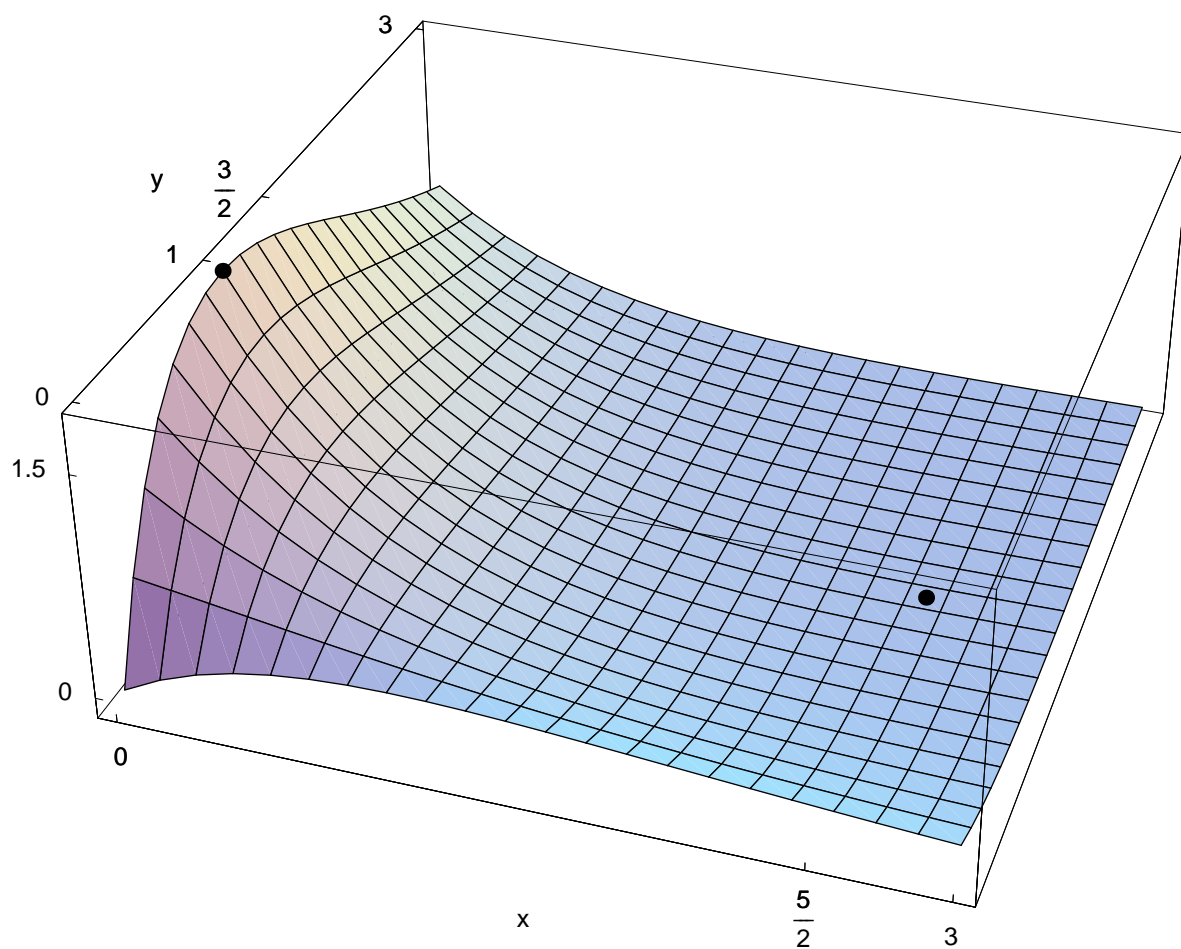
Graf funkce f s vyznačeným maximem, minimem a dalším stacionárním bodem v int X .



Cvičení 17.70 na str. 199

$$f(x, y) = (x - 4xy + 5y)e^{-(x+y)}, X = \langle 0, 3 \rangle^2.$$

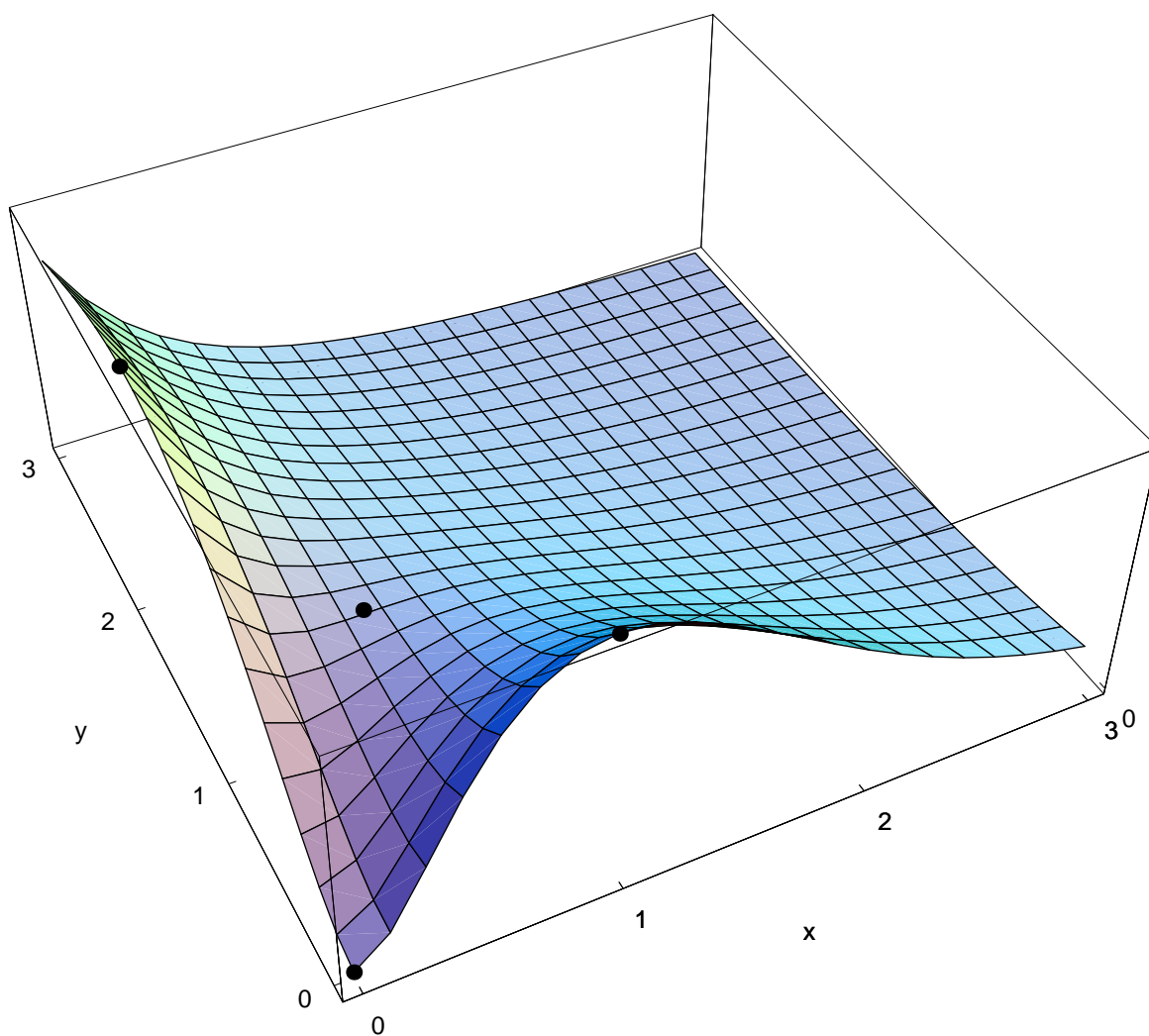
Graf funkce f s vyznačeným maximem a minimem.



Cvičení 17.71 na str. 199

$$f(x, y) = (4x^2 + y^2)e^{-(2x+y)}, \quad X = \langle 0, 3 \rangle^2.$$

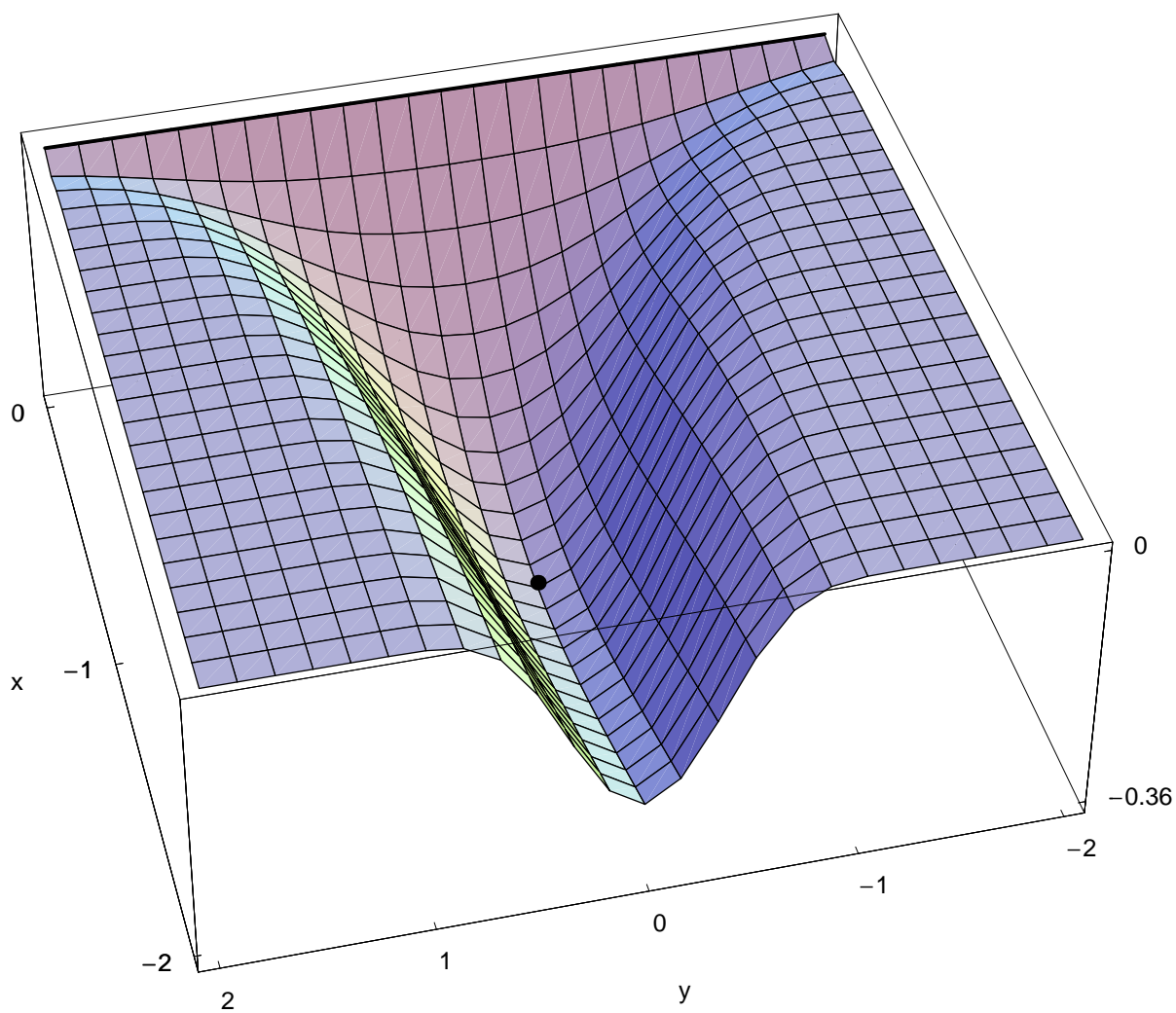
Graf funkce f s vyznačenými 2 maximy, minimem a dalším stacionárním bodem v int X .



Cvičení 17.72 na str. 199

$$f(x, y) = x \exp(x(y^2 + 1)^2), X = \langle -2, 0 \rangle \times \langle -2, 2 \rangle.$$

Graf funkce f , která svého minima nabývá v jednom bodě, svého maxima na úsečce $x = 0$.

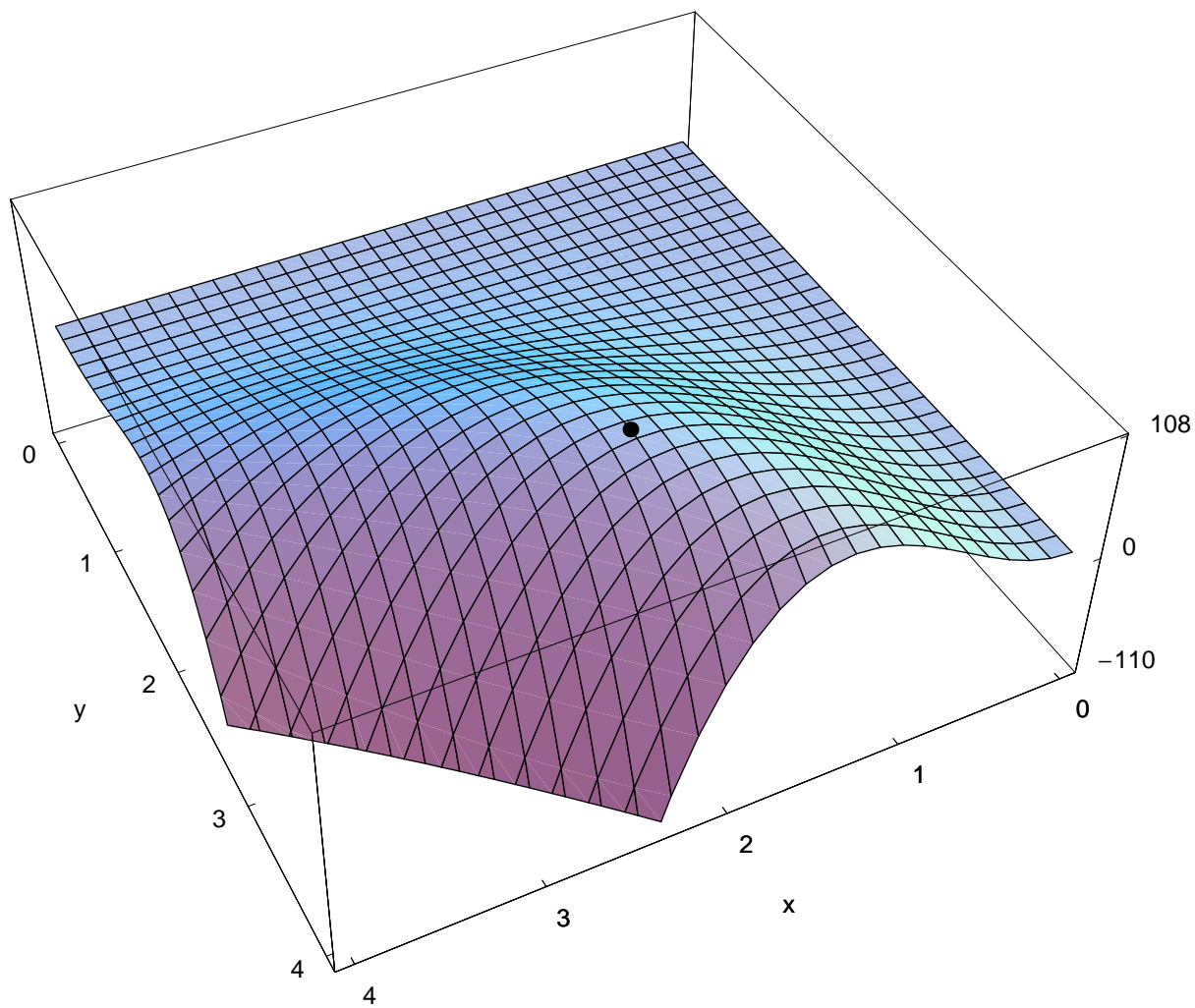


Cvičení 17.73 na str. 199

$$f(x, y) = x^2 y^3 (6 - x - y), X = (0, 4)^2.$$

Graf funkce f , jejíž obor hodnot byl restringován na interval $(-110, 110)$.

Zdola neomezená funkce f nabývá v \mathbb{R}_+^2 svého maxima v jediném bodě.

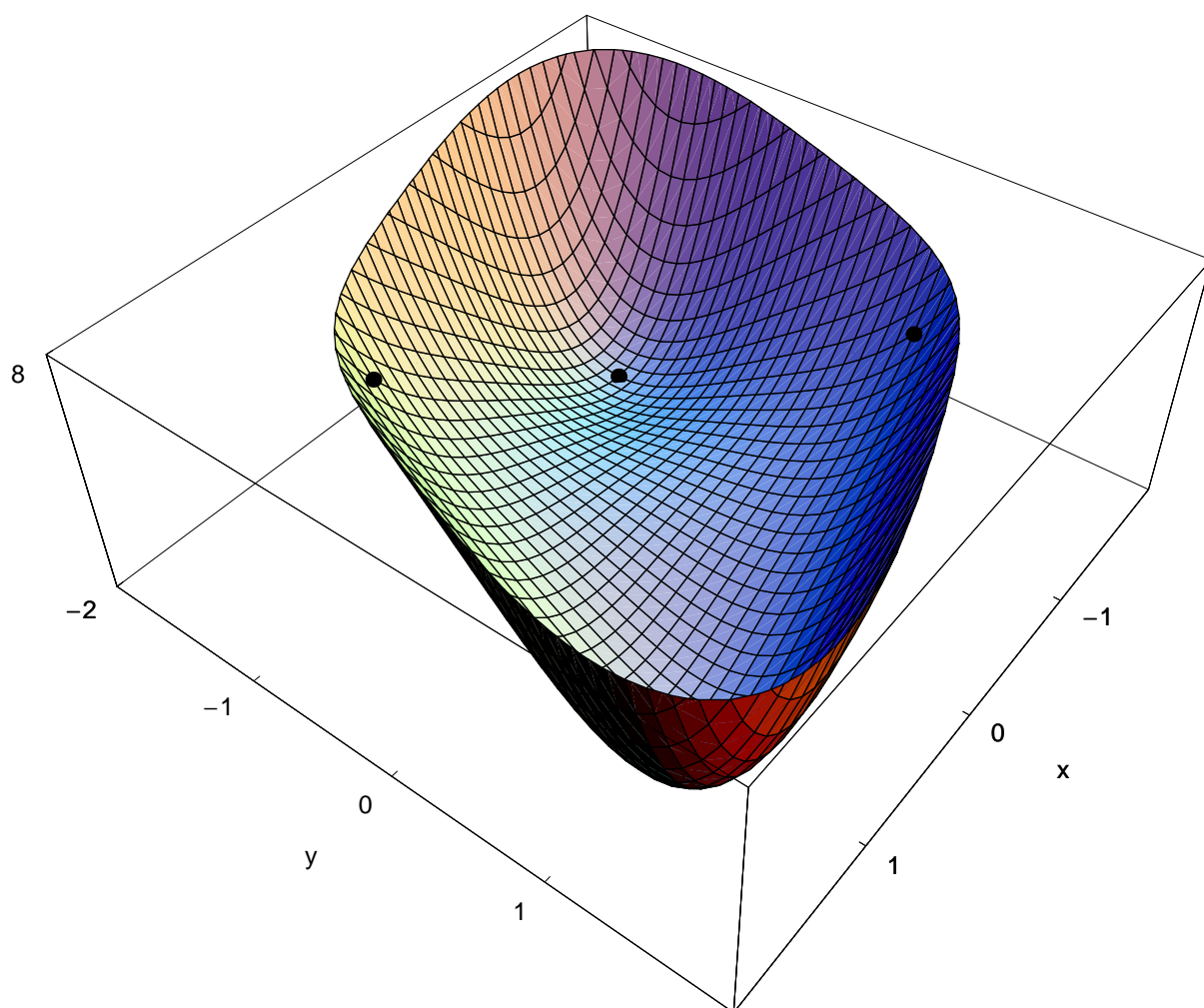


Cvičení 17.74 na str. 199

$$f(x, y) = x^4 - 4xy + y^4, X = \langle -2, 2 \rangle^2.$$

Graf funkce f , jejíž obor hodnot byl restringován na interval $\langle -2, 8 \rangle$.

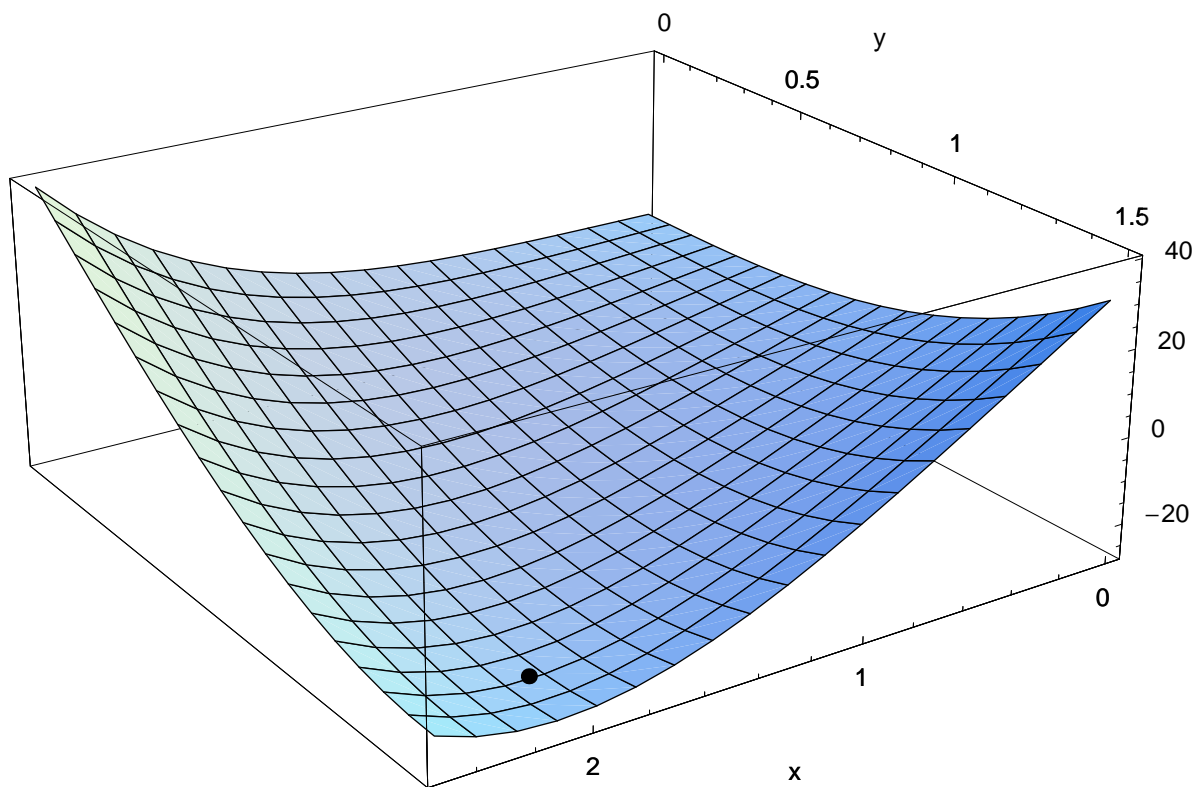
Vyznačena 2 minima (z nichž jedno není vidět) a další 2 stacionární body v int X .



Cvičení 17.75 na str. 199

$$f(x, y) = x^4 - 24xy + 9y^3, X = \langle 0, 2.5 \rangle \times \langle 0, 1.5 \rangle.$$

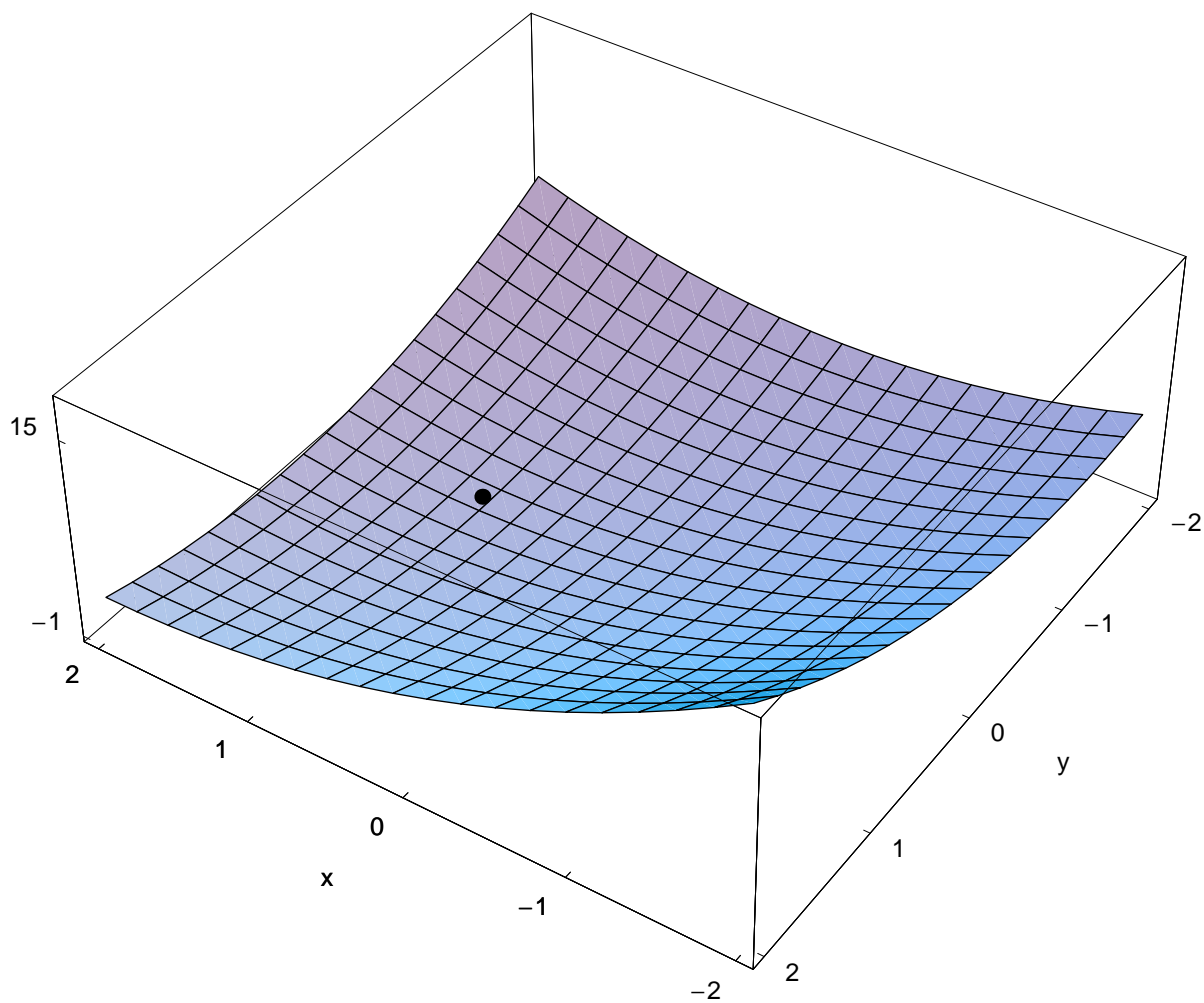
Graf funkce f s vyznačeným minimem.



Cvičení 17.76 na str. 199

$$f(x, y) = x^2 - xy + y^2 - 2x + y, X = \langle -2, 2 \rangle^2.$$

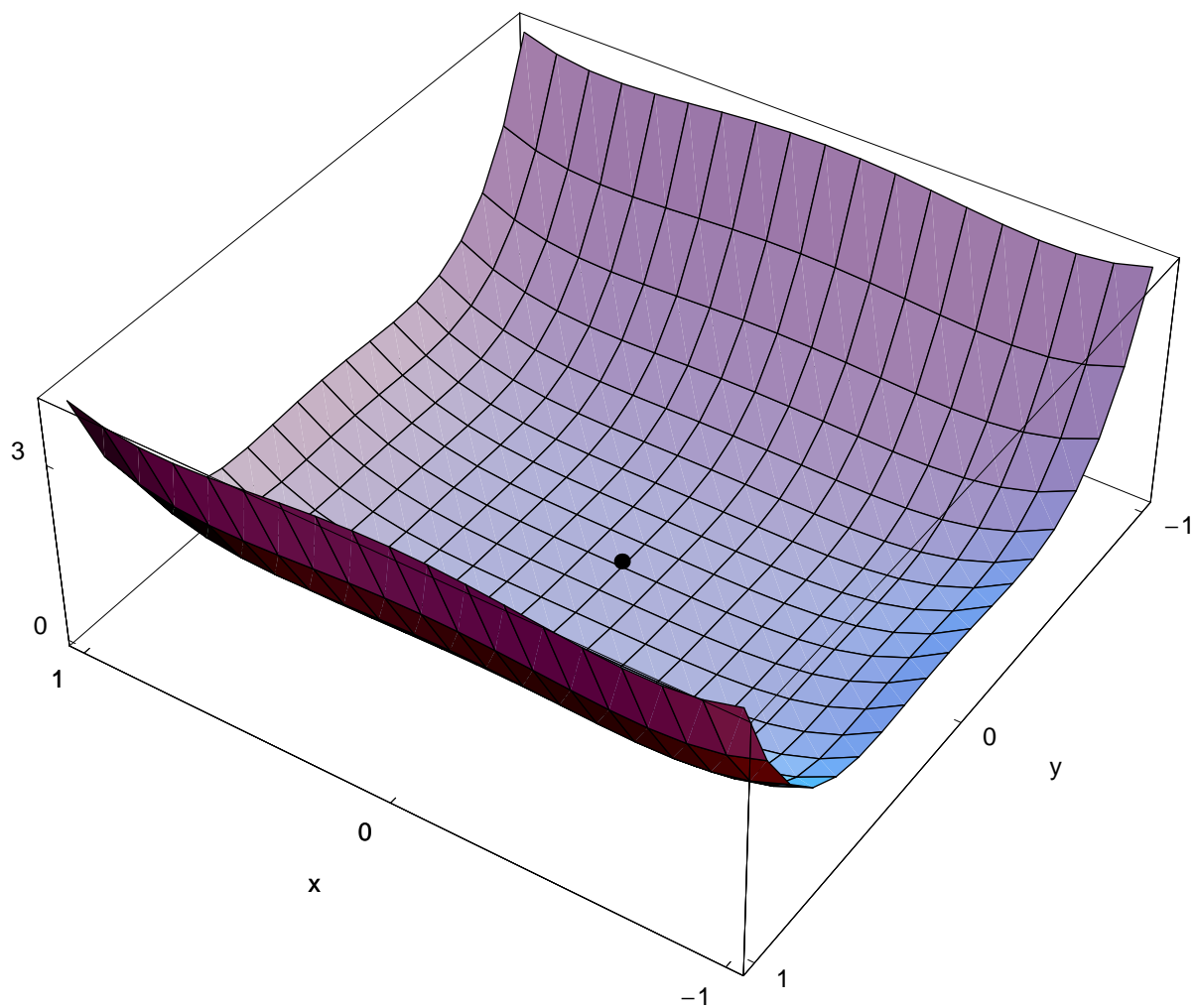
Graf funkce f s vyznačeným minimem.



Cvičení 17.77 na str. 199

$$f(x, y) = x^4 - x^2y^2 + 4y^4, X = \langle -1, 1 \rangle^2.$$

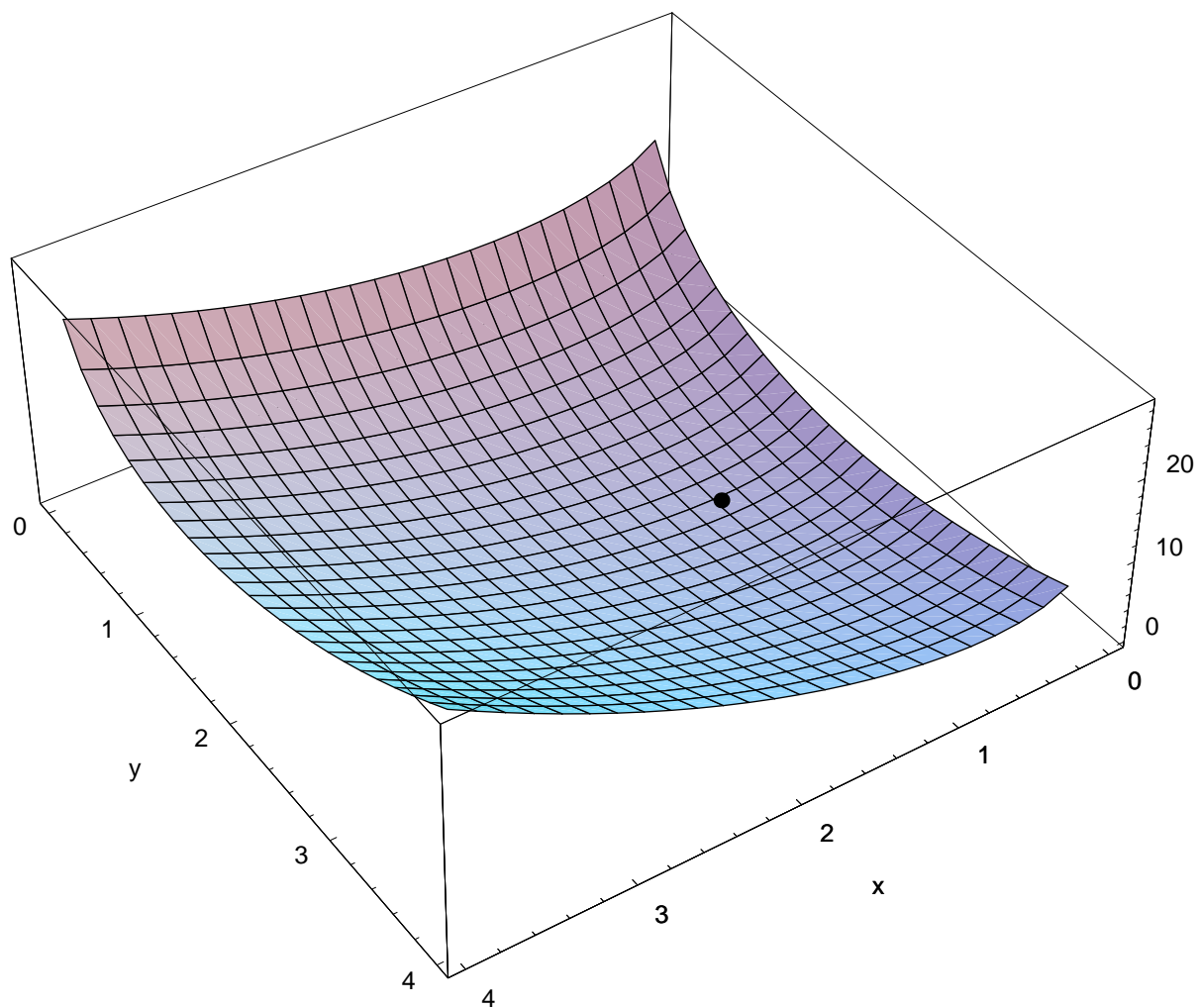
Graf funkce f s vyznačeným minimem.



Cvičení 17.78 na str. 199

$$f(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 4 \lg x - 10 \lg y, X = \left(\frac{1}{4}, 4\right)^2.$$

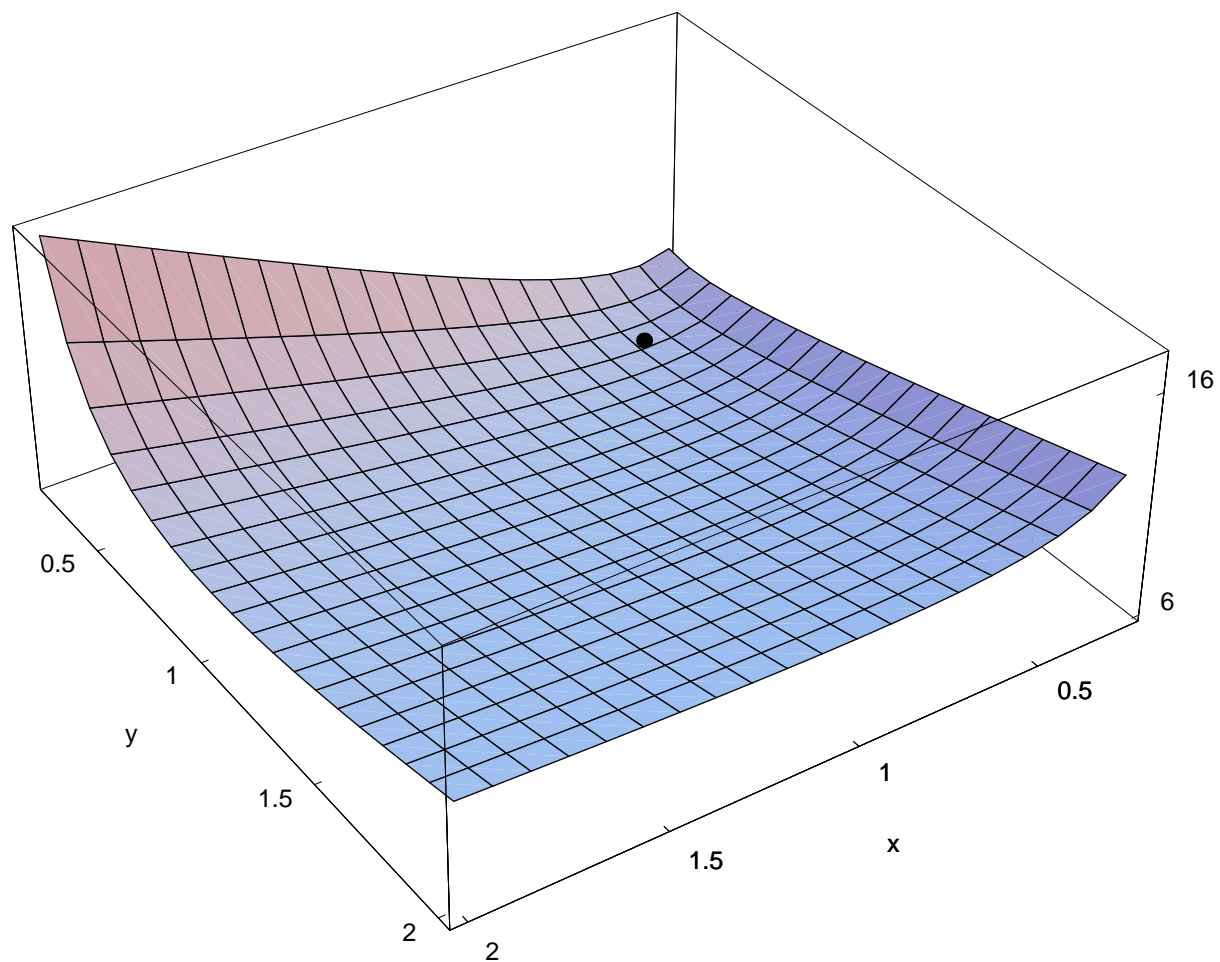
Graf funkce f s vyznačeným minimem.



Cvičení 17.79 na str. 199

$$f(x, y) = 1/x + 2x/y + 4y, X = \langle \frac{1}{4}, 2 \rangle^2.$$

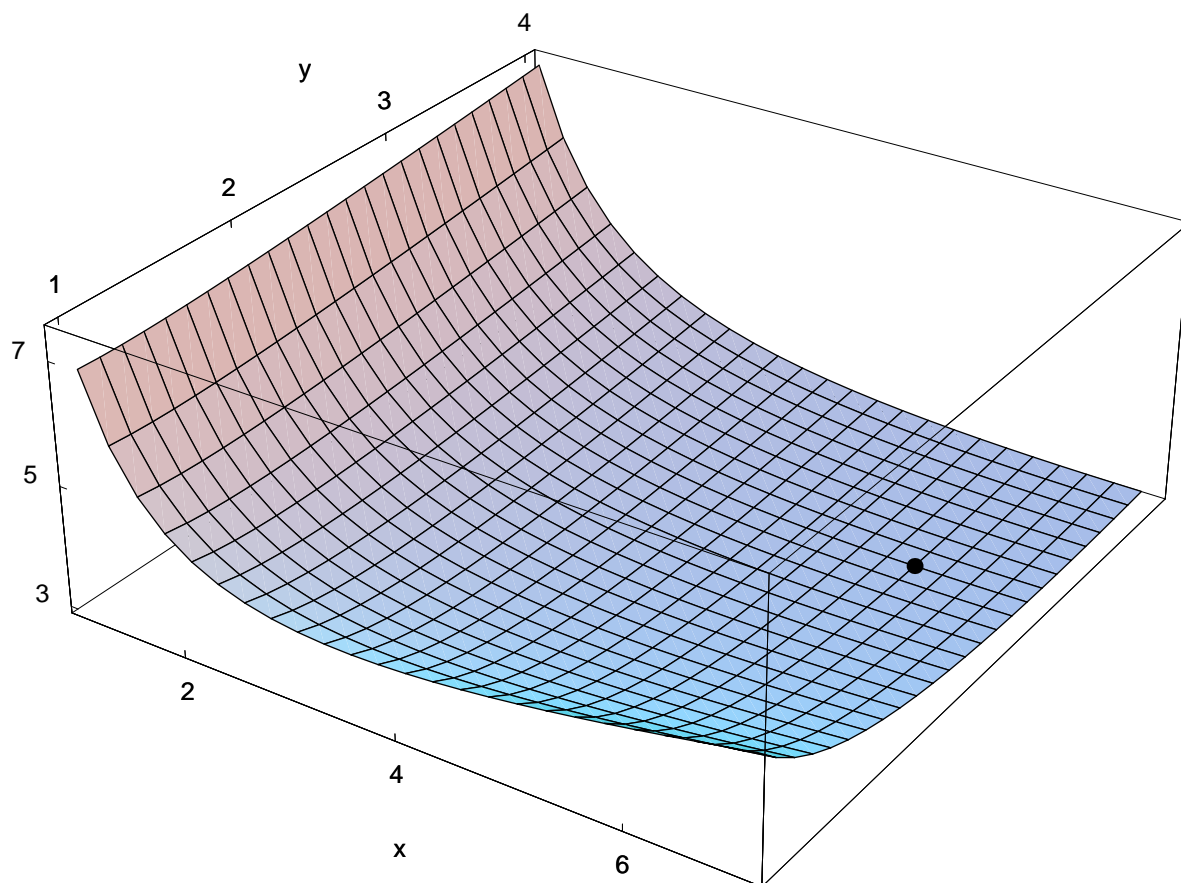
Graf funkce f s vyznačeným minimem.



Cvičení 17.80 na str. 199

$$f(x, y) = 6/x + x/(2y) + y/3, X = \langle 1, 7 \rangle \times \langle 1, 4 \rangle.$$

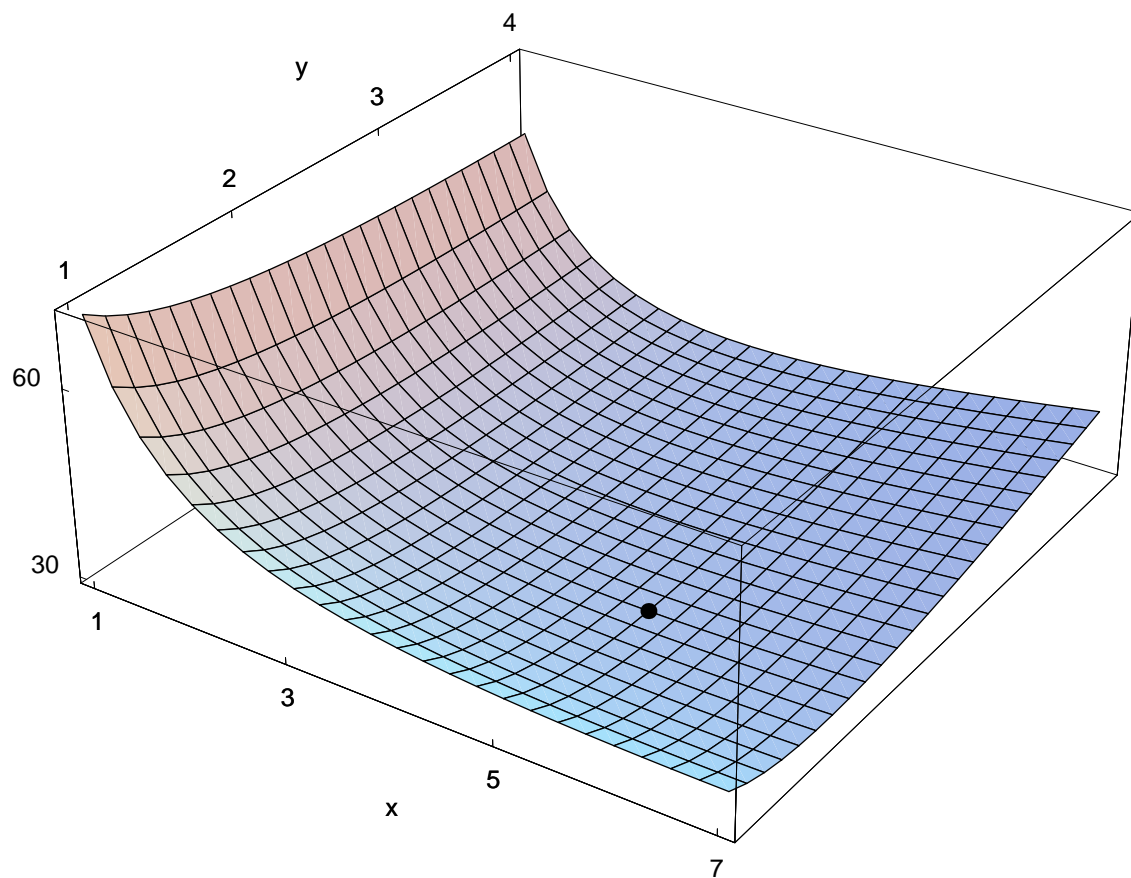
Graf funkce f s vyznačeným minimem.



Cvičení 17.81 na str. 199

$$f(x, y) = xy + 50/x + 20/y, X = \langle 1, 7 \rangle \times \langle 1, 4 \rangle.$$

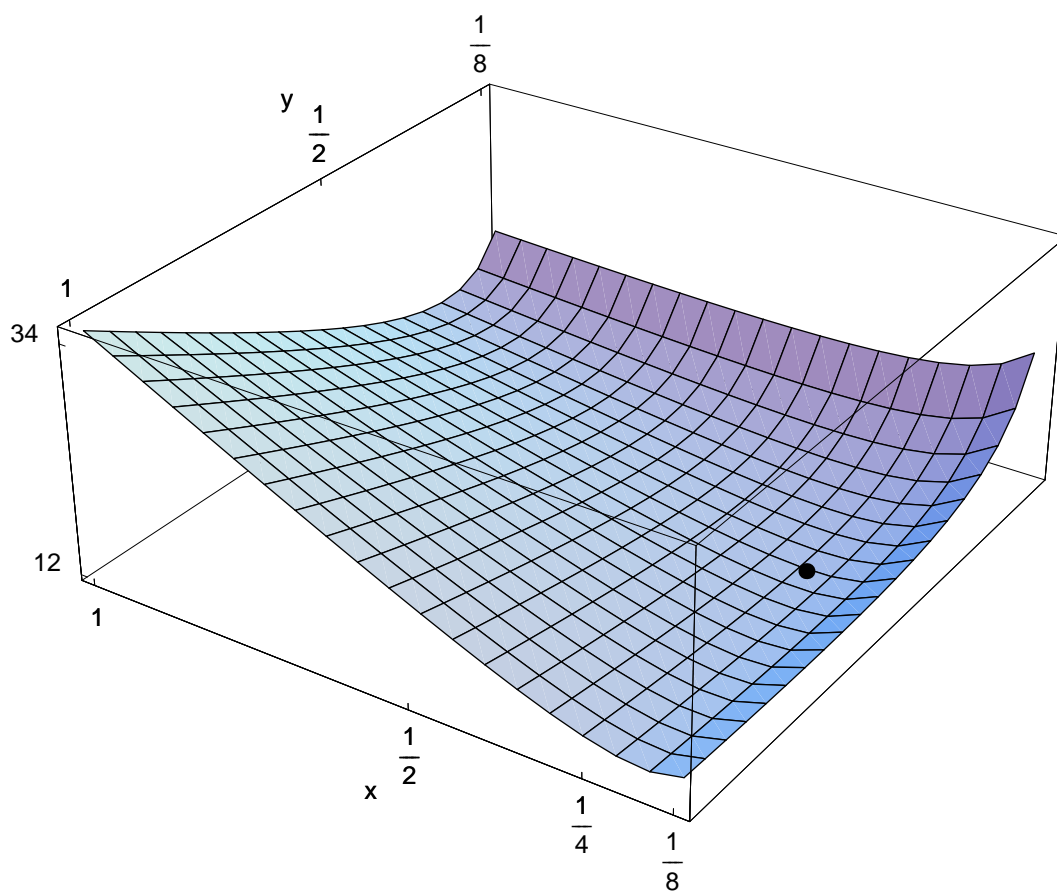
Graf funkce f s vyznačeným minimem.



Cvičení 17.82 na str. 199

$$f(x, y) = 1/x + 2/y + 32xy, X = \langle \frac{1}{8}, 1 \rangle^2.$$

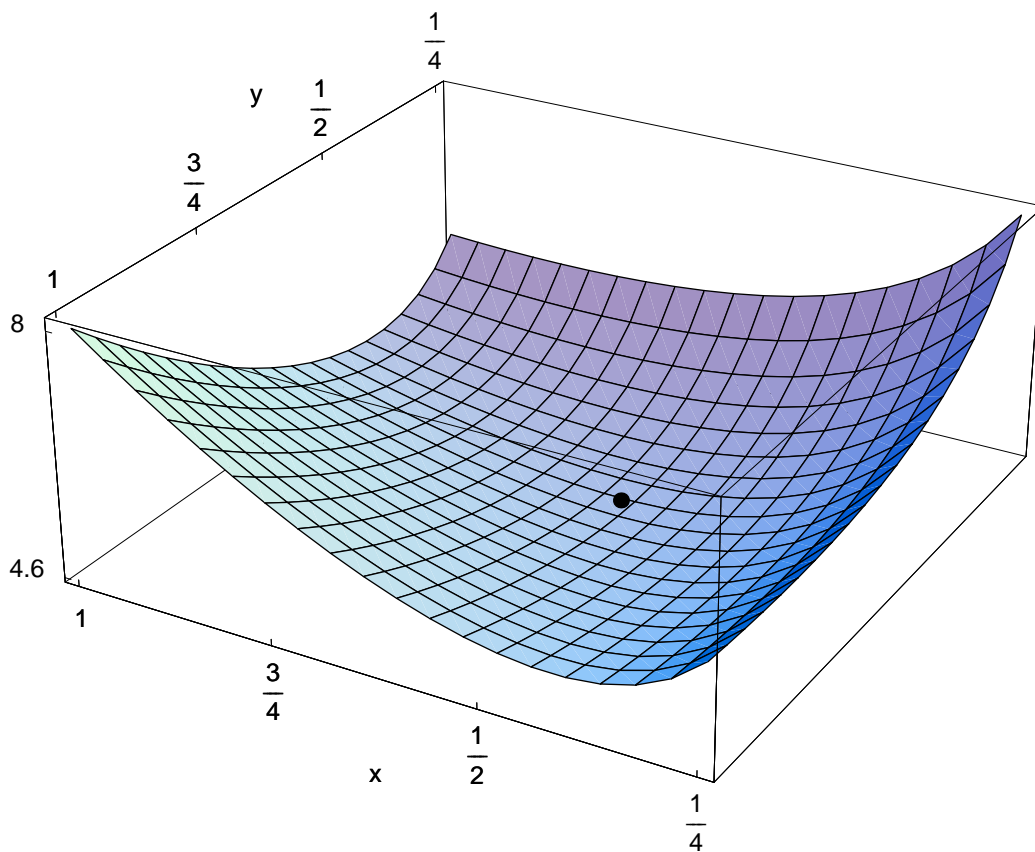
Graf funkce f s vyznačeným minimem.



Cvičení 17.83 na str. 199

$$f(x, y) = 1/x + 1/y + 3xy(x + y), X = \langle \frac{1}{4}, 1 \rangle^2.$$

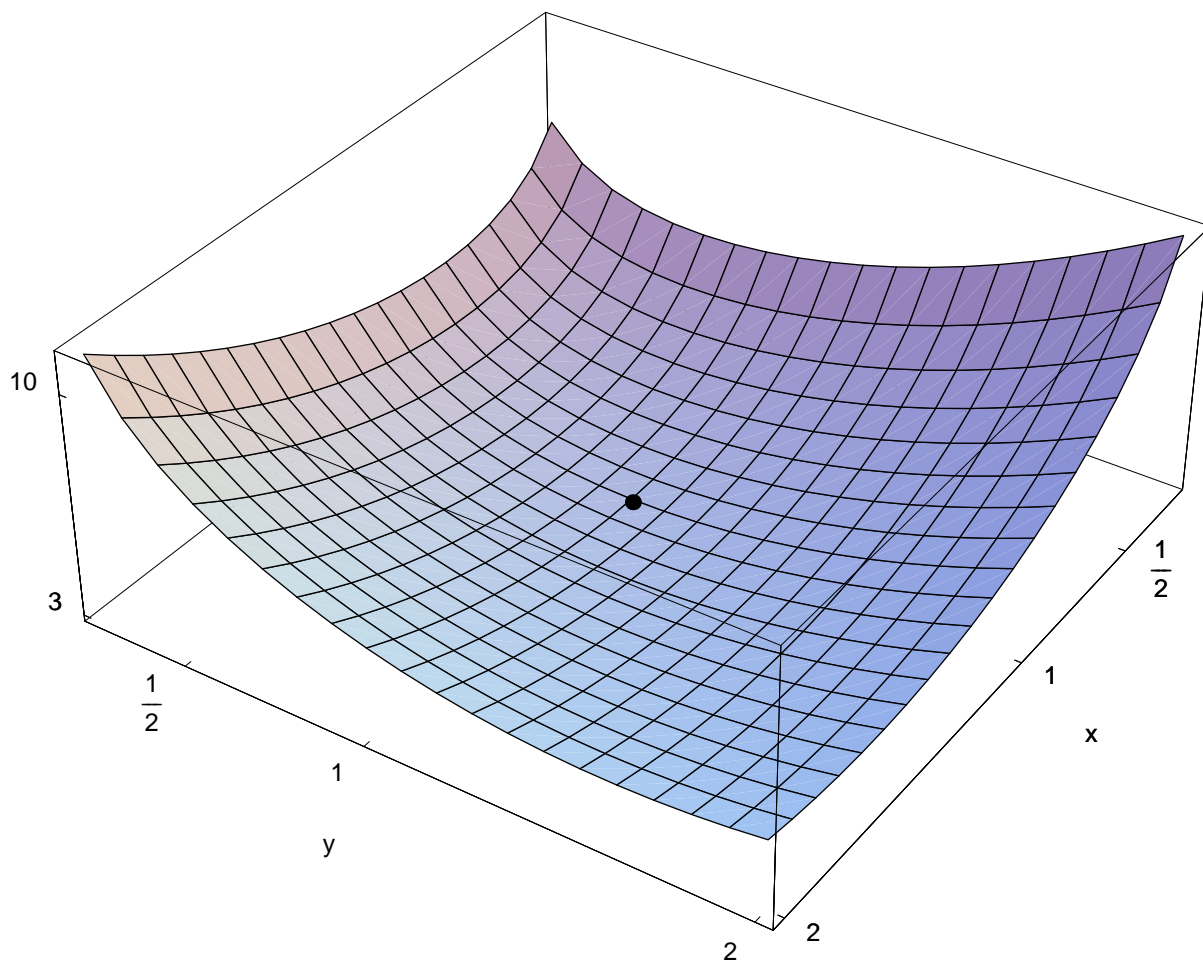
Graf funkce f s vyznačeným minimem.



Cvičení 17.84 na str. 199

$$f(x, y) = 1/x + 1/y - 7xy + 2(x + y)^2, X = \left(\frac{1}{4}, 2\right)^2.$$

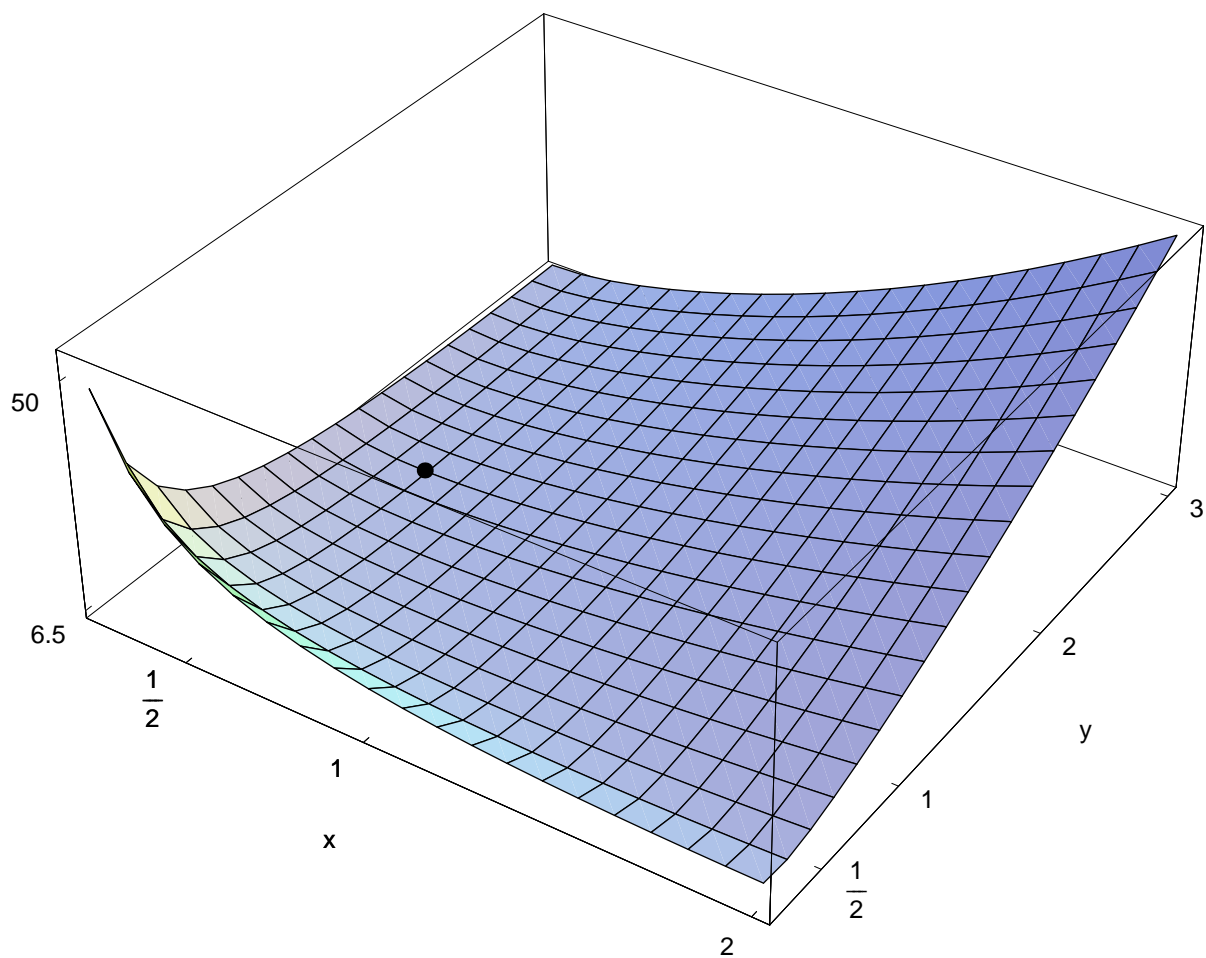
Graf funkce f s vyznačeným minimem.



Cvičení 17.85 na str. 199

$$f(x, y) = 3/(xy) + xy(3x + y), X = \langle \frac{1}{4}, 2 \rangle \times \langle \frac{1}{4}, 3 \rangle.$$

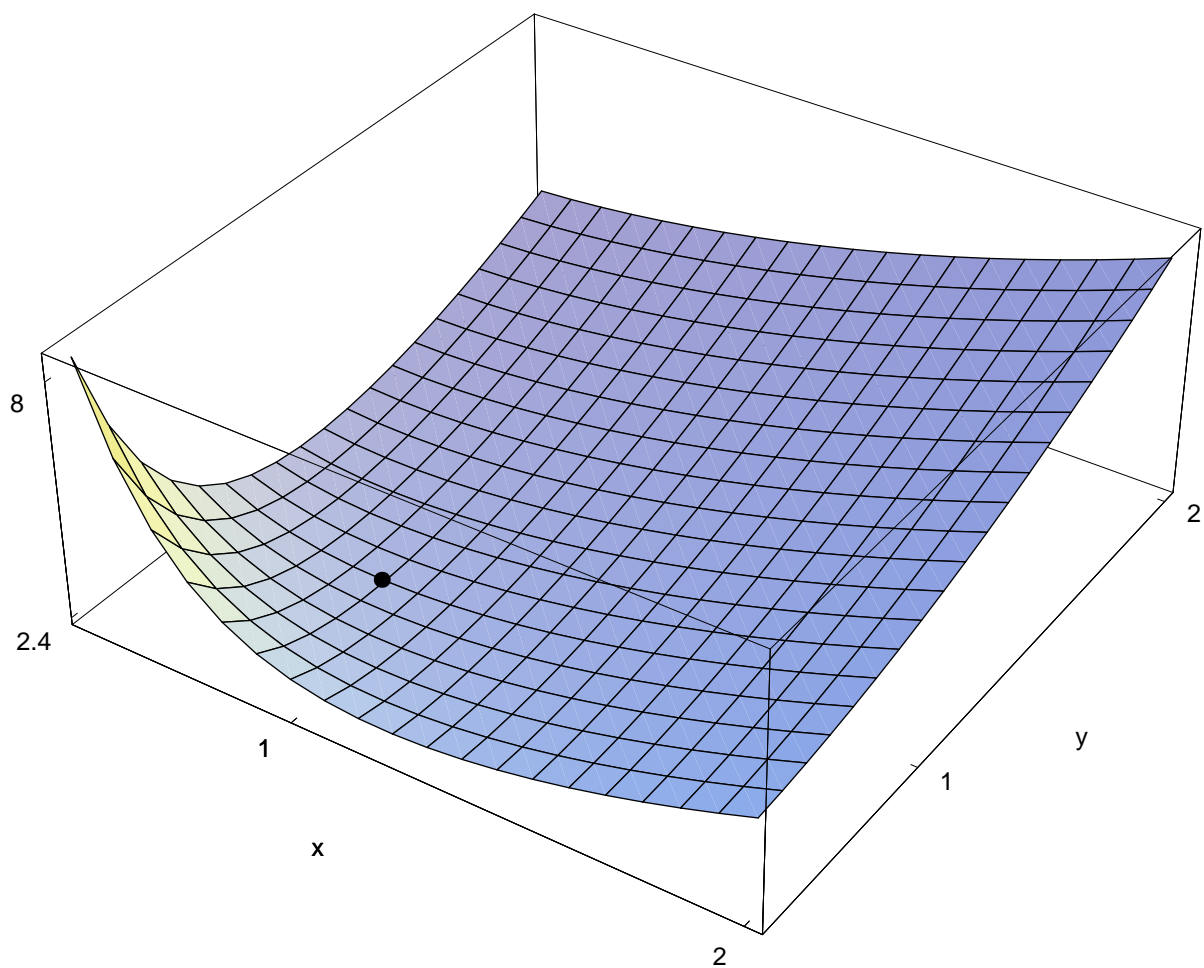
Graf funkce f s vyznačeným minimem.



Cvičení 17.86 na str. 199

$$f(x, y) = x^2 + y^2 + 1/(xy(x^2 + y^2)), X = \langle \frac{1}{2}, 2 \rangle^2.$$

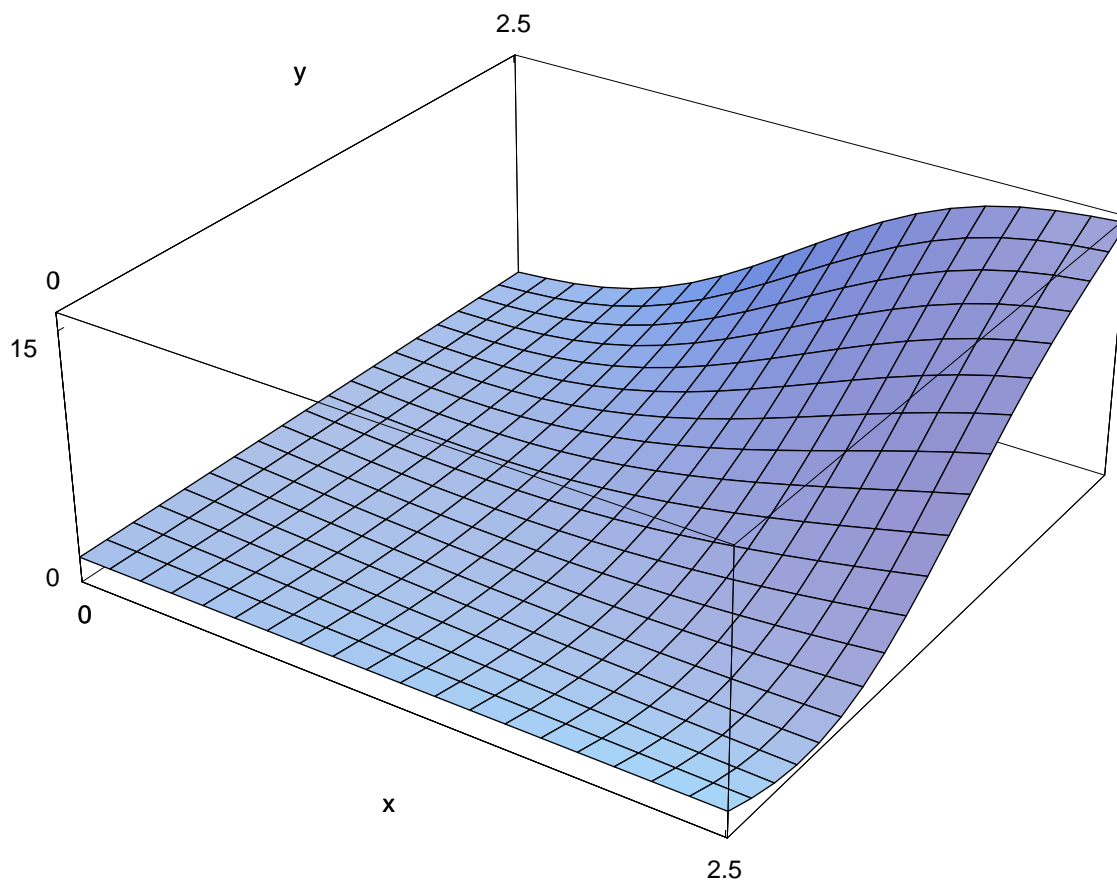
Graf funkce f s vyznačeným minimem.



Cvičení 17.87 na str. 199

$$f(x, y) = xy^2 - 2 \sin xy, \quad X = (0, \sqrt{2\pi})^2.$$

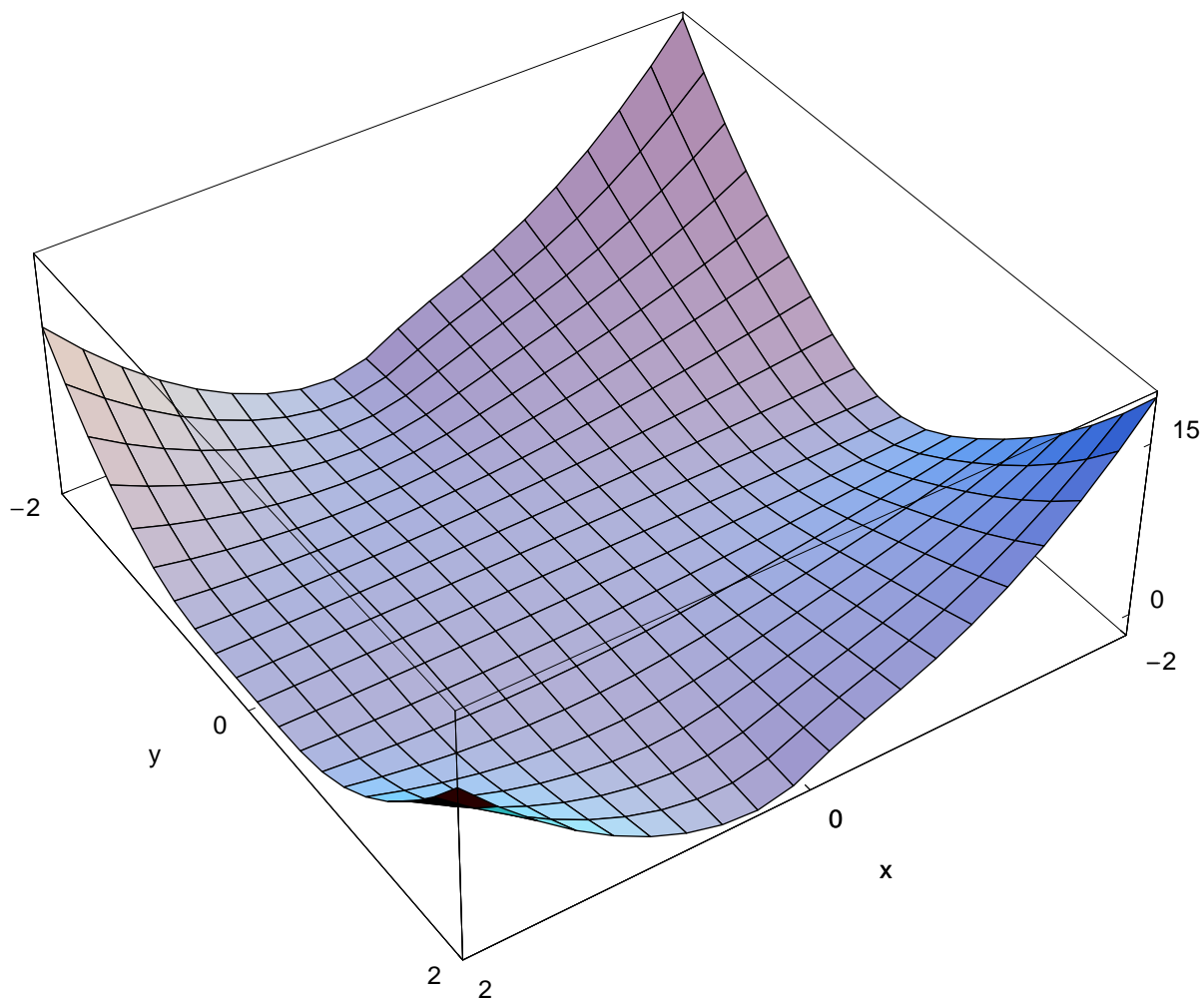
Graf funkce f , která nemá v $(0, +\infty)^2$ ani minimum, ani maximum.



Cvičení 17.88 na str. 199

$$f(x, y) = x^2y^2 - 2 \operatorname{arctg} xy^2, X = \langle -2, 2 \rangle^2.$$

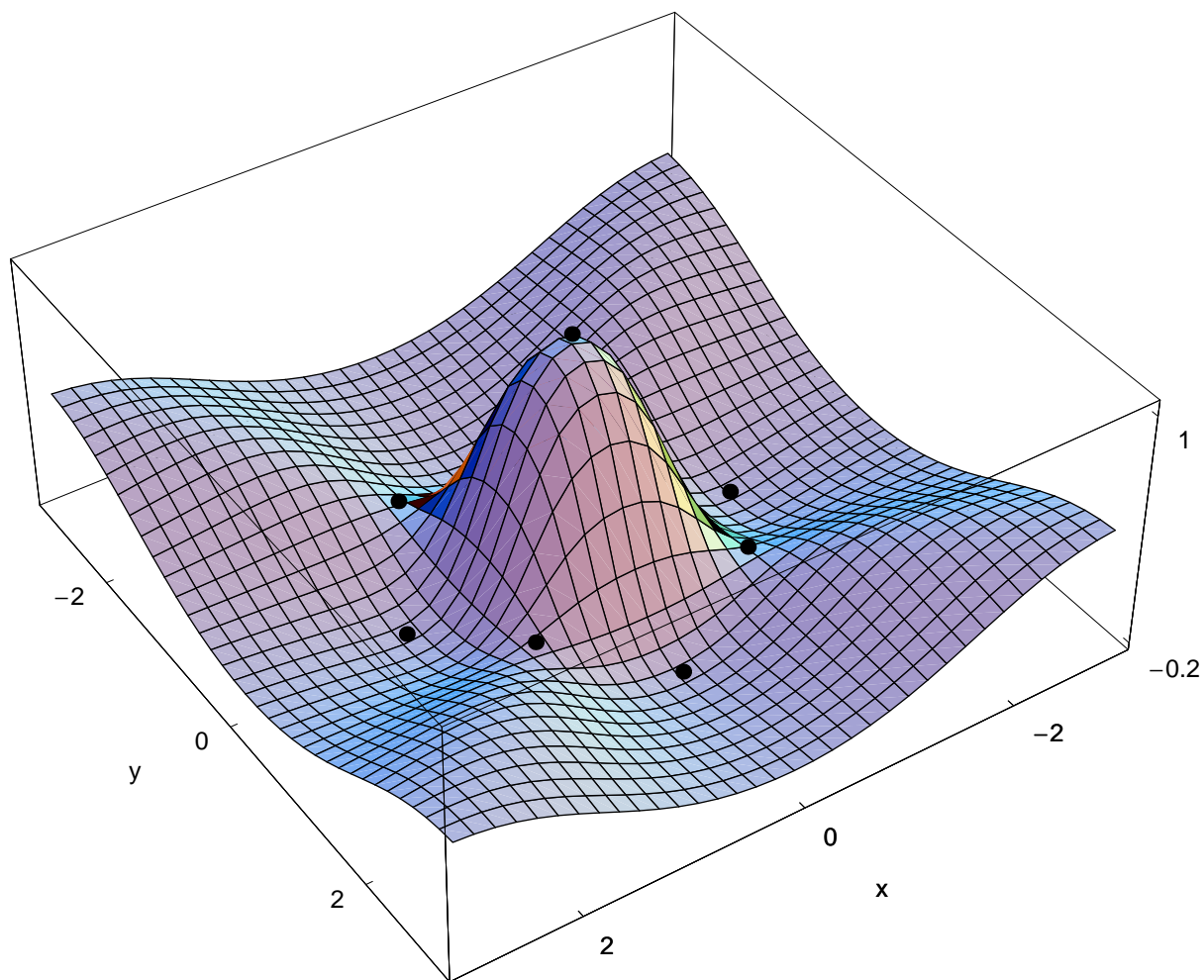
Graf funkce f , která nemá v \mathbb{R}^2 ani minimum, ani maximum.



Cvičení 17.89 na str. 199

$$f(x, y) = (x^2 - 1)(y^2 - 1)/(x^4 + y^4 + 1), X = \langle -3, 3 \rangle^2.$$

Graf funkce f s vyznačeným maximem, 4 minimy a 4 dalšími stacionárními body v int X ; jedno minimum a jeden stacionární bod není na obrázku vidět.



Cvičení 17.90 na str. 199

$$f(x, y) = (x^2 - 1)(y^2 - 4)/(x^2 + y^2 + 4)^2, X = \langle -4, 4 \rangle^2.$$

Graf funkce f s vyznačeným maximem, 2 minimy a 6 dalšími stacionárními body v int X .

