

Příklad 1 (7 bodů)

Nechť $f \in C^2(G)$, kde $G = (0, \infty)^2$ a na G splňuje $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x, y) = 0$. Transformujte do polárních souřadnic, na jaké množině je $f^*(r, \varphi)$ definovaná, kterou rovnicí splňuje?

Příklad 2 (7 bodů)

Vyšetřete stejnoměrnou a lokálně stejnoměrnou konvergenci řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} x^n - x^{5n} \text{ na } [0, 1].$$

[hint: Dokaž lokálně stejnoměrnou a vyvrát stejnoměrnou nesplněním nutné podmínky.]

Příklad 3 (6 bodů) Naleznete obecné řešení

$$y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x^2 + 1}.$$

[hint: Separace proměnných, variace konstant.]

Častější je možná příklad na konvergenci integrálu s parametrem za 7 bodů, na druhém příkladu bývají i jiné dotazy na stejnoměrnou konvergenci. Perličkou je úloha dokázat, že funkce

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} x \operatorname{arctg}(n + x)$$

je spojitá a diferencovatelná na $(0, \infty)$. Občas se též vyskytuje příklad na Větu o implicitních funkcích.