

**Příklad 1** (3 body)

Najděte všechna maximální řešení rovnice

$$xy' - 2y = 2x^3 \cos x, \quad y(\pi) = 8 \text{ a } y(-\pi) = 4.$$

[hint: Separace proměnných, variace konstanty.]

**Příklad 2** (3 body)

Vyšetřete konvergenci řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \cos\left(\frac{1}{n}\right)\right) \log n.$$

[hint: Srovnej s  $1/n^{3/2}$ .]**Příklad 3** (7 bodů)

Najděte všechny primitivní funkce k

$$f(x) = \frac{1}{3 + 2 \sin x} \text{ na intervalu } (0, 2\pi).$$

[hint:  $\operatorname{tg}(x/2)$ , pak si vyrob  $\operatorname{arctg}$ .]**Příklad 4** (7 bodů)

Dokažme, že existuje  $z = z(x, y)$ , pro kterou  $\frac{\partial z}{\partial y}(3, -2) =: A$ ,  $\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}(3, -2) =: B$  a platí  $z(3, -2) = 2$  a která na svém definičním oboru splňuje rovnici  $(z(x, y))^3 + y = xz(x, y)$ . Zformulujte Větu o implicitní funkci, srozumitelně ověřte její předpoklady a spočítejte  $A$  a  $B$ .

[hint: Použij Větu o implicitní funkci.]

Příklady na konvergenci řad nejsou ve druhém semestru zcela běžné, obvykle se je podaří stihnout a procvičit už během semestru prvního. Na jejich místě potom čkejte něco podle probraného učiva, pravděpodobně Riemannův či Newtonův integrál.