Příklad 1 (4 body)

Budeme dělat Taylorův polynom, krok bude $(2,0)-(1,2)=(1,-2)$. První diferenciál je $d^1_{(1,-2)} = 3x^y - 2x^3$, druhý diferenciál je $d^2_{(1,-2)} = 6xy - 12x^2$, vypočítali jsme to z definice diferenciálu pomocí parciálních derivací a příslušných koeficientů (obdoba multinomické Věty). Dosadíme tyto polynomy do Taylorova polynomu a za (x,y) dosadíme $(2,0)$. Vyjde $T_1 = 6, T_2 = 6$.

Příklad 2 (8 bodů)

Povšimněme si nejprve geometrické interpretace: Množina M je průnik koule a roviny probíhající jejím středem, tedy je to kružnice a funkce f je objem kvádru, jenž má tělesovou úhlopříčku z počátku do nějakého bodu (x,y,z) na této kružnici.

Můžeme rovnou použít Lagrangeovy multiplikátory (je to množina s prázdným vnitřkem, multiplikátory budou dva). Vyjde obtížná soustava rovnic, kterou splňují všechny cyklicé záměny (prohození proměnných) vektorů $(\mp2, \pm4, \mp2)$, celkem tedy 6 vektorů s hodnotami ±16, z nich vybereme 3 suprema a 3 infima (zároveň maxima a minima, řešíme spojitou funkci na kompaktu).

Příklad 3 (8 bodů)

Funkce f je na svém definičním oboru nezáporná, v bodě (0,0) nuly dokonce nabývá a to bude minimum, tím spíše supremum. Ke každé kladné hodnotě jsme schopni najít kompaktní podmnožinu M, že mimo tento kompakt jsou veškeré hodnoty f menší nebo rovny této hodnotě (jednou z možností je prostě omezit v definici M ještě x-ovou souřadnici, aby hodnoty na této hranici byly jen pod zadanou hodnotou). Můžeme se tedy v hledání suprema omezit na tento kompakt (uzavřený trojúhelník), bude to dokonce maximum. Vnitřek : Funkce f je třídy C^∞ na vnitřku, který je otevřený a proto z extrému podezíráme jenom stacionární body. Obě parciální derivace položíme rovny nule a všechny podezřelé body, které získáme, jsou na hranici M. Hranice :

$$\varphi(x) := f(x,0) = xe^{-x^2}; \frac{\partial\varphi}{\partial x} = 0 \iff x = \frac{1}{\sqrt{2}}, f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0\right) = \frac{1}{\sqrt{2e}}, \text{ což bude supremum.}$$

$$\psi(t) := f(t,t) = te^{-2t^2}; \frac{\partial\psi}{\partial x} = 0 \iff x = \frac{1}{2}, f\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2\sqrt{e}}.$$

Nalezli jsme tedy supremum a infimum, které jsou zároveň maximum a minimum.