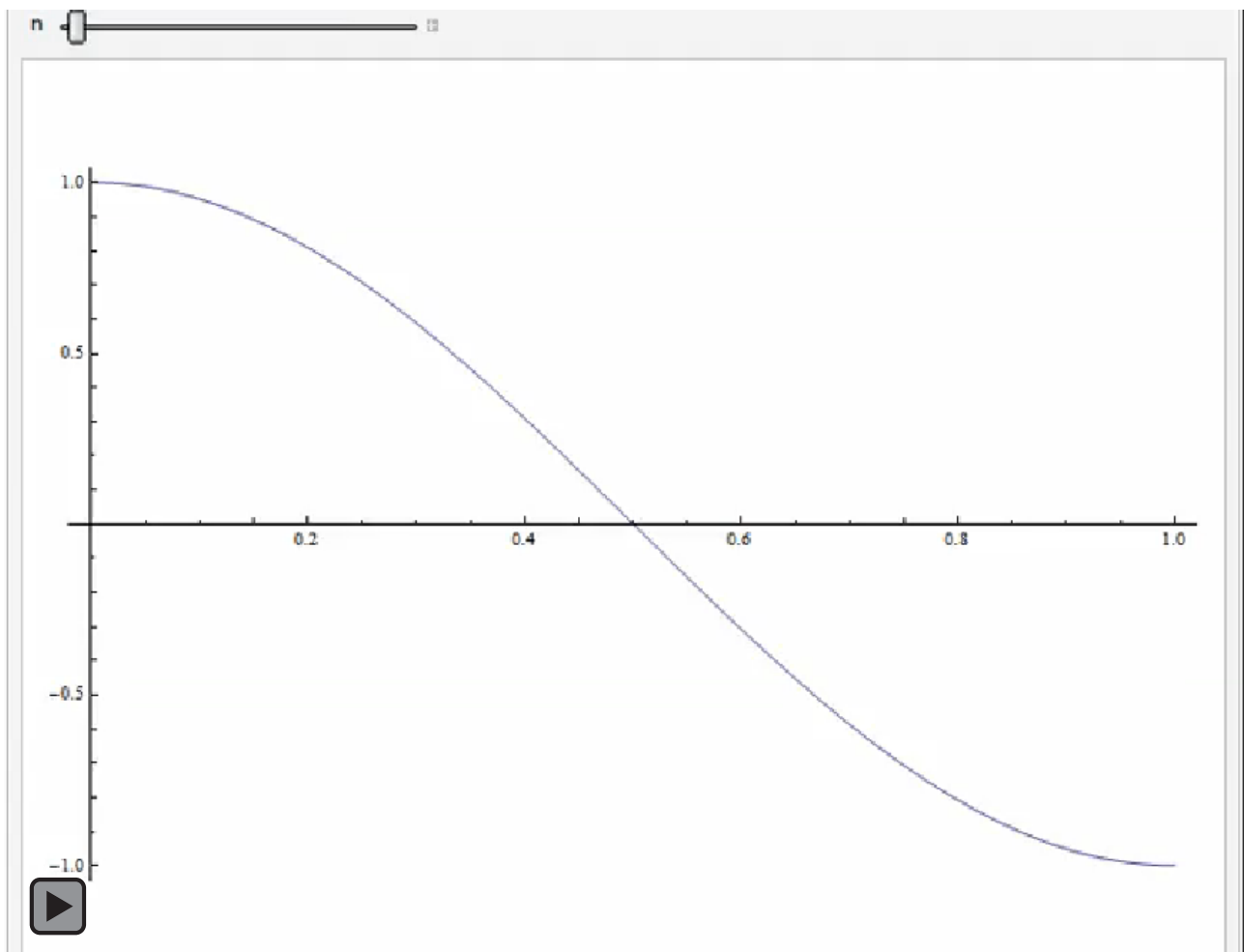


Spojité funkce bez derivate

Uvedeme 2 příklady spojitých funkcí, které nemají derivaci v žádném bodě. Je vhodné poznamenat, že první takovou funkci zkonstruoval B.Bolzano v r. 1830.

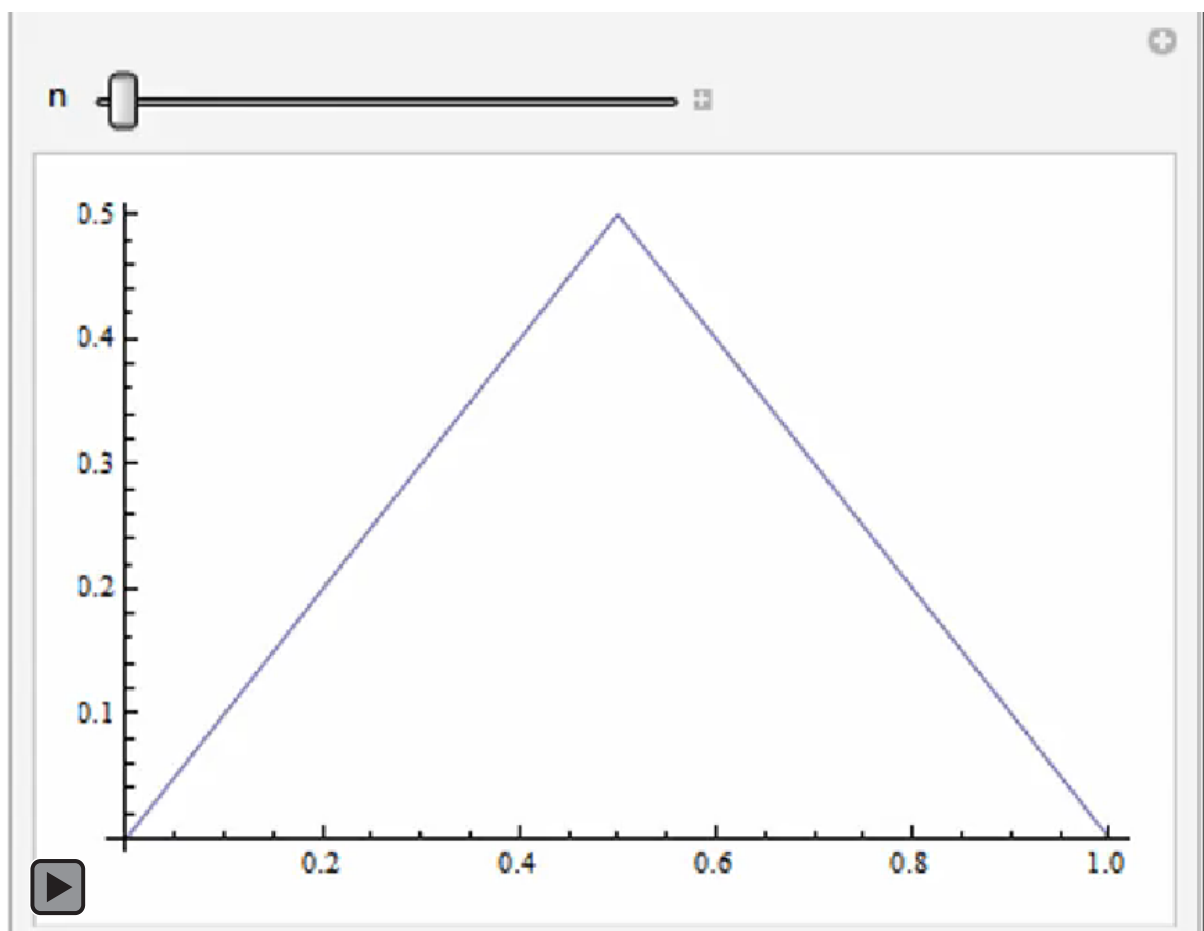
Nejdříve uvedeme Weierstrassovu funkci z r. 1872 a potom van der Waerdenovu funkci z r. 1930. Všechny takové funkce je nutné konstruovat pomocí nekonečných operací. Pro nakreslení ilustrativního obrázku je vhodné skončit po několika málo krocích.

```
Manipulate[Plot[Sum[Cos[5^i Pi x] / 2^i, {i, 0, n}], {x, 0, 1}],
  {n, 0, 5, 1}]
```



```
f0[x_] :=
  Piecewise[{{x - Floor[x], x <= Floor[x] + 1 / 2},
    {Ceiling[x] - x, x > Floor[x] + 1 / 2}}
```

```
Manipulate[Plot[Sum[f0[4^i x] / 4^i, {i, 0, n}], {x, 0, 1}],
  {n, 0, 5, 1}]
```



Nakreslete v programu *Mathematica* Petrovu funkci z r. 1920, která je definována následovně: Ma-li x (v intervalu $(0,1)$) desetinný rozvoj $\{x_n\}$, má $f[x]$ dvojkový rozvoj $\{\pm y_n\}$, kde $y_n=0$, je-li x_n sudé a $=1$, je-li x_n liché.; znaménko před y_{n+1} je opačné než před y_n pokud x_n je jedno z čísel 1,3,5,7, jinak zůstává stejné.