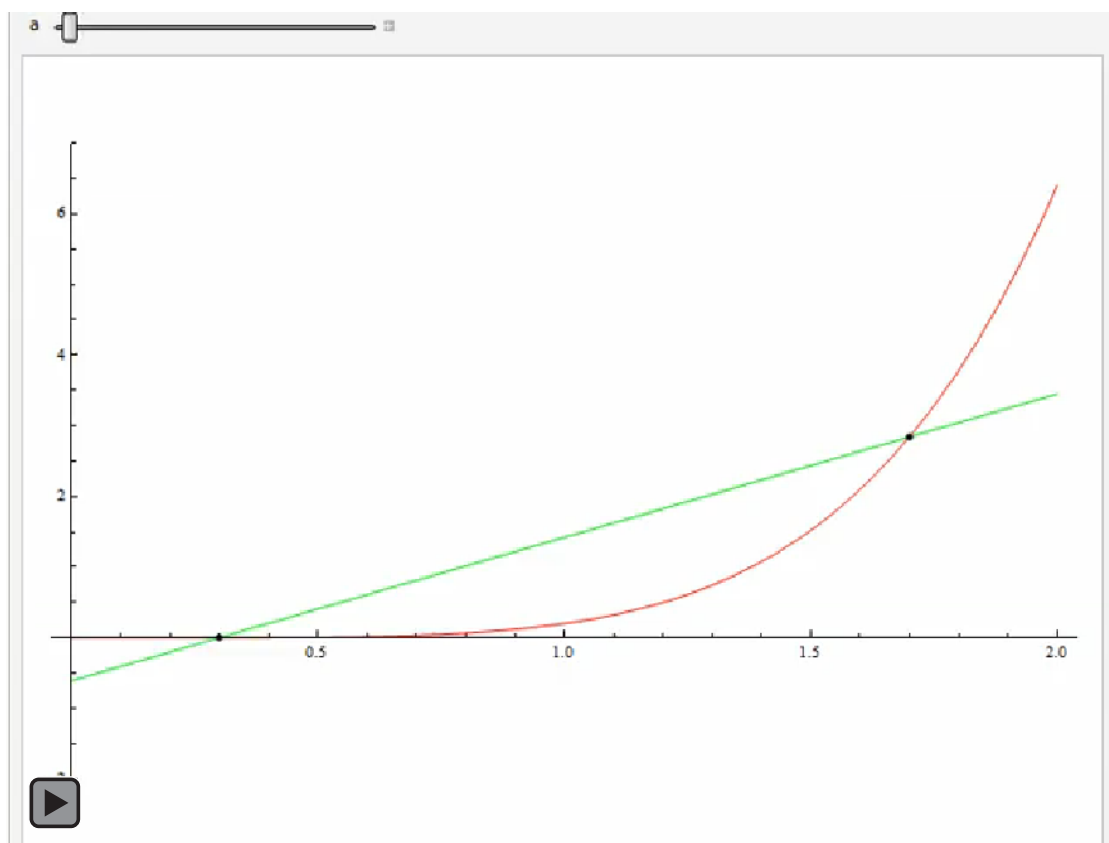


Derivace funkce

Na začátek můžeme ukázat animaci, jak se sečna mění v tečnu, když se jeden bod růsečku sečny s grafem funkce přibližuje k druhému nehybnému průsečíku. Změna směrnice sečny vyjadřuje změnu zlomku v definici derivace - směrnice tečny je derivace funkce v bodě dotyku tečny.

```
Manipulate[
  Plot[
    {x^5 / 5,
     ((1.7)^5 / 5 + ((1.7)^5 / 5 - a^5 / 5) * (x - 1.7) / (1.7 - a)),
     Graphics[{PointSize[Large], Point[{1, 2}]}]},
    {x, 0, 2}, PlotRange -> {-2, 7},
    PlotStyle -> {Red, Green, Blue},
    Epilog -> {PointSize[Medium], Point[{a, a^5 / 5}],
               Point[{1.7, 1.7^5 / 5}]}, {a, 0.3, 1.695}]
```



Derivace se počítají pomocí příkazu D.

```
D[x^3 - 2 * x^2, x]
```

$$3x^2 - 4x$$

```
D[%, x]
```

 $6x - 4$

```
D[x^3 - 2 * x^2, {x, 2}]
```

 $6x - 4$

```
D[x^3 - 2 * x^2, x, x]
```

 $6x - 4$

V některých případech lze počítat derivaci i pomocí známé čárky jako indexu nahoře.

```
Clear[f]; f[x_] := x^3 - 2 * x^2
```

```
f' [x]
```

 $3x^2 - 4x$

```
Sin' [x]
```

 $\cos(x)$

```
Sqrt' [x]
```

$$\frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Lze také použít příkaz [Derivative](#), který však je vhodnější pro funkce více proměnných a pro složitější příklady. Číslo 1 znamená, že počítáme první derivaci. Podívejte se na rozdíly při zadávání.

```
Derivative[1][Sin]
```

 $\cos(\#1) \&$

```
Derivative[1][Sin][x]
```

 $\cos(x)$

<code>Derivative[1][Sin[x]]</code>
$\sin(x)'$
<code>h[x_] := x^3</code>
<code>Derivative[1][h]</code>
$3x^2$
<code>Derivative[1][h[x]]</code>
$(x^3)'$

Hodnota derivace v bodě

Hodnotu derivace v bodě lze zjistit různými způsoby.

<code>D[Sin[x], x] /. x -> 0</code>
1
<code>Sin'[0]</code>
1
<code>Sin'[x] /. x -> 0</code>
1
<code>Derivative[1][Sin][0]</code>
1

Ale správnou hodnotu derivace odmocniny v 0, tj. $+\infty$, snadno nezjistíme. Nepomůže ani omezení pomocí balíčku `RealOnly` (vyzkoušejte) ani některé další možnosti. Výpočet pomocí definice správný výsledek dá. Podobné (ale trochu jiné) problémy jsou s derivací funkce x^{-2} v bodě 0.

```
Sqrt ' [0]
```

— Power::infy: Infinite expression $\frac{1}{\sqrt{0}}$ encountered. >>

```
ComplexInfinity
```

```
D[Sqrt[x], x] /. x -> 0
```

— Power::infy: Infinite expression $\frac{1}{\sqrt{0}}$ encountered. >>

```
ComplexInfinity
```

```
Derivative[1][Sqrt][0]
```

— Power::infy: Infinite expression $\frac{1}{\sqrt{0}}$ encountered. >>

```
ComplexInfinity
```

```
Limit[Sqrt[x] / x, x -> 0, Direction -> -1]
```

```
∞
```

Derivace funkcí zadaných po částech

Problémy s výpočtem derivací nastávají i u funkcí zadaných v programu a definované po částech.

```
D[Abs[x], x]
```

```
Abs'(x)
```

```
Abs'[x]
```

```
Abs'(x)
```

```
(Abs[x])'
```

```
|x|'
```

```
D[Sqrt[x^2], x]
```

$$\frac{x}{\sqrt{x^2}}$$

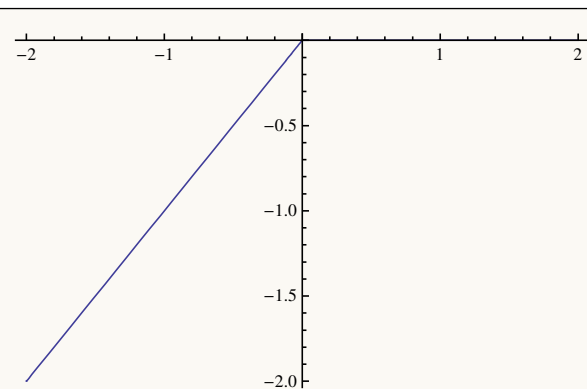
```
D[Sign[x], x]
```

```
sgn'(x)
```

V těchto případech je vhodné vzít definici funkce a pak program vypíše výsledky derivace v jednotlivých definičních intervalech. Pracuje však pouze definice funkce pomocí [Piecewise](#).

```
Clear[f]; f[x_] := Piecewise[{{x, x < 0}, {0, x > 0}}]
```

```
Plot[f[x], {x, -2, 2}]
```



```
D[f[x], x]
```

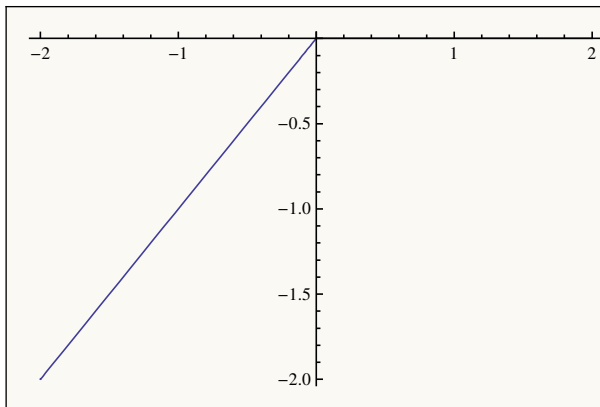
$$\begin{cases} 1 & x < 0 \\ 0 & x > 0 \\ \text{Indeterminate} & \text{True} \end{cases}$$

```
f'[x]
```

$$\begin{cases} 1 & x < 0 \\ 0 & x > 0 \\ \text{Indeterminate} & \text{True} \end{cases}$$

```
Clear[g]; g[x_] := x /; x <= 0; g[x_] := 0 /; x > 0
```

```
Plot[g[x], {x, -2, 2}]
```

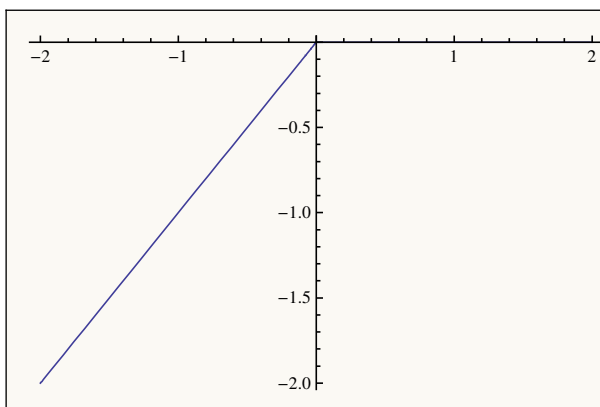


```
D[g[x], x]
```

$g'(x)$

```
Clear[h]; h[x_] := Which[x < 0, x, x > 0, 0]
```

```
Plot[h[x], {x, -2, 2}]
```



```
D[h[x], x]
```

$\text{Which}[x < 0, 1, x > 0, 0]$

Jednostranné derivace

Bohužel, jednostranné derivace *Mathematica* neumí. Je možné napsat pro jednostranné derivace proceduru. V následující části po zadání funkce, bodu a směru získáte derivaci oné funkce v onom bodě a onom směru. První výsledek je přesný (pokud lze napsat), druhý numerický.

```
Clear[f]; Clear[a]; Clear[s];
Input["Zadejte funkci proměnné x."];
f[x_] = %;
Input [
  "Zadejte bod, ve kterém chcete počítat derivaci.>";
a = %;
Input [
  "Zadejte 1 nebo -1, chcete-li počítat derivaci
  zleva, resp. zprava.>";
s = %;

der = Limit[(f[x] - f[a]) / (x - a), x → a, Direction → s];
dernum = Limit[(f[x] - f[a]) / (x - a), x → a, Direction → s] //
  N;
der

dernum
```

∞

∞

V případě, že derivovaná funkce je v daném bodě spojitá a má v tomto bodě limitu derivací, lze použít např. následující výpočet jednostranných derivací.

```
Clear[f]; Clear[g]; Clear[a]; Clear[s];
Interpretation[{f = x^2, a = 0, s = 1},
  Panel[Grid[{
    {Style["Jednostranná derivace ", Bold], SpanFromLeft},
    {"Function:", InputField[Dynamic[f]]},
    {"a:", InputField[Dynamic[a]]},
    {"s:", InputField[Dynamic[s]]}],
  Limit[D[f, x], x -> a, Direction -> s]]
```

Jednostranná derivace

Function:

a:

s:

Derivace vyšších řádů

Jsou dvě možnosti pro výpočet derivací vyšších řádů.

```
D[f[x], x, x]
```

$$f''(x)$$

```
D[f[x], {x, 2}]
```

$$f''(x)$$

```
D[1/x, {x, 7}]
```

$$-\frac{5040}{x^8}$$

```
f''[x]
```

$$f''(x)$$


```
f''[2]
```

```
f''(2)
```

```
Derivative[3][Sin]
```

```
-cos(#1) &
```

```
Derivative[3][Sin][0]
```

```
-1
```

```
h[x_] := x^3
```

```
Derivative[2][h]
```

```
6 #1 &
```

```
Derivative[2][h][-3]
```

```
-18
```